

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ РАН

на правах рукописи

**Абрамов Илья Сергеевич**

**Формирование неоднородных потоков  
неравновесной плазмы многозарядных ионов  
в условиях микроволнового разряда**

1.3.9 — физика плазмы

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
доцент А. Г. Шалашов

Нижний Новгород — 2021

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>I Динамика неоднородного потока неравновесной плазмы многозарядных ионов</b>	<b>16</b>
1.1 Гидродинамическое описание плазмы многозарядных ионов . . . . .	16
1.2 Классификация течений для расширяющегося потока плазмы в условиях многократной ионизации . . . . .	18
1.3 Стационарное течение плазмы многозарядных ионов с переходом через звуковой барьер . . . . .	24
1.4 Потери энергии в потоке плазмы многозарядных ионов . . . . .	27
1.4.1 Объемные потери . . . . .	28
1.4.2 Эффект запираания излучения в плотной плазме . . . . .	29
1.4.3 Конвективные потери . . . . .	34
1.5 Закон сохранения энергии . . . . .	35
1.6 Применимость изотермического приближения . . . . .	40
1.7 Перезарядка ионов на нейтральных атомах . . . . .	41
1.8 Заключение к главе I . . . . .	42
<b>II Плазма многозарядных ионов как источник ЭУФ излучения</b>	<b>44</b>
2.1 ЭУФ излучение плазмы олова в открытой магнитной ловушке . . . . .	45
2.1.1 Концепция источника ЭУФ излучения . . . . .	45
2.1.2 Модель . . . . .	45
2.1.3 Сравнение с экспериментальными данными . . . . .	47
2.1.4 Предельные параметры и перспективы использования . . . . .	49
2.2 ЭУФ излучение свободно расширяющейся плазмы ксенона . . . . .	55
2.2.1 Концепция источника ЭУФ излучения . . . . .	55
2.2.2 Модель . . . . .	57
2.2.3 Предельные параметры и перспективы использования . . . . .	58
2.2.4 Сравнение с экспериментальными данными . . . . .	63
2.2.5 Заключение к главе II . . . . .	69
<b>III Поглощение микроволнового излучения неоднородным плазменным потоком</b>	<b>71</b>
3.1 Рассеяние и поглощение высокочастотного поля на однородном плазменном цилиндре . . . . .	71

3.2	Модификация потока плазмы под действием пондеромоторной силы . . . . .	75
3.3	Модель . . . . .	77
3.4	Непрерывные течения . . . . .	78
3.5	Течения с разрывами . . . . .	81
3.6	Бифуркационные значения интенсивности поля . . . . .	83
3.7	Мощность поглощения . . . . .	84
3.8	Заключение к главе III . . . . .	87
<b>IV Поток неравновесной плазмы за пробкой открытой магнитной ловушки</b>		<b>89</b>
4.1	Постановка задачи и математическая модель . . . . .	89
4.1.1	Динамика ионов . . . . .	90
4.1.2	Электроны в области столкновительного расширения . . . . .	91
4.1.3	Электроны в области кинетического расширения . . . . .	93
4.1.4	Скачок потенциала у стенки . . . . .	97
4.2	Аналитическое исследование . . . . .	98
4.3	Моделирование . . . . .	100
4.4	Заключение к главе IV . . . . .	103
<b>Заключение</b>		<b>106</b>
<b>Основные публикации автора по теме диссертационной работы</b>		<b>107</b>
<b>Литература</b>		<b>110</b>

# Введение

## Актуальность темы

Нагрев плазмы электромагнитным излучением позволяет эффективно вкладывать энергию непосредственно в электронную компоненту: за счет существенной разницы в массах электроны во внешнем электрическом поле набирают энергию значительно быстрее ионов и практически не отдают набранную энергию ионам при упругих соударениях [1]. Это приводит к образованию существенно неравновесной плазмы, в которой электроны обладают намного большей средней кинетической энергией, чем ионы. В частности, такая ситуация реализуется в условиях микроволнового нагрева плазмы, используемого в широком спектре приложений: термоядерных энергетических установках [2–4], источниках протонов [5], нейтронов [6], многозарядных ионов [7], плазмохимических реакторах [8–11].

Дополнительное повышение эффективности поглощения и, как следствие, еще больший разрыв в энергиях электронов и ионов, могут быть обеспечены за счет резонанса внешнего поля с электронной компонентой плазмы. В зависимости от частоты излучения и параметров плазмы, выступающей в качестве объекта воздействия, тип резонанса при этом может быть разным: плазменный резонанс в изотропной плазме, электрон-циклотронный (ЭЦ), нижний и верхний гибридные резонансы с плазмой, удерживаемой в магнитных ловушках, различные варианты плазмонного резонанса, играющие важную роль при взаимодействии излучения с плазменным образованием, размеры которого меньше или порядка длины волны.

В условиях резонансного микроволнового нагрева возможно увеличение средней энергии электронов до значений порядка потенциала ионизации ионов высоких кратностей, что приводит к возможности поддержания плазмы многозарядных ионов, где ионы с более высоким зарядом появляются в результате воздействия энергичных электронов неравновесной плазмы на уже (в том числе – многократно) ионизированные частицы. Примером использования данного физического механизма являются ионные источники на основе ЭЦ разряда, эффективно генерирующие ионы высокой кратности для ускорителей тяжелых ионов [7, 12, 13]. Помимо ионизации, энергичные электроны обеспечивают также эффективное возбуждение ионов. Вследствие этого в резонансном микроволновом разряде именно линейчатое излучение возбужденных ионов зачастую является основным каналом радиационных потерь энергии, превалируя над тормозным излучением электронов и рекомбинационным излучением [14].

С повышением кратности иона спектр его линейчатого излучения смещается в более коротковолновую область. В спектрах ионов высокой кратности ряда химических элементов, таких как, например, олово (Sn) и ксенон (Xe), присутствует значительное количество линий в районе

10–15 нм [15, 16]. Излучение, отвечающее этой области спектра, называется мягким рентгеновским или экстремальным ультрафиолетовым (ЭУФ). Данное излучение имеет важное значение для современной индустрии полупроводников: применение излучения с длиной волны 10–15 нм при экспонировании открывает возможность кратного увеличения разрешающей способности проекционной литографии [17–19].

Использование мощных гиротронов микроволнового и терагерцового диапазонов для поддержания резонансного разряда позволяет получить плазму с уникальными параметрами, выгодными с точки зрения генерации ЭУФ излучения. В ИПФ РАН в начале 1990-х было предложено применить такой разряд в качестве источника излучения на длинах волн порядка 10 нм [14]. Возможность этого была позже довольно подробно исследована экспериментально [20–23], были разработаны и запатентованы две концепции источника ЭУФ излучения:

- источник излучения в диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм на основе микроволнового разряда в открытой магнитной ловушке, поддерживаемого в потоке паров олова [24];
- источник излучения в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм на основе субтерагерцового разряда в потоке ксенона, свободно расширяющегося в вакуумную камеру [25].

По сравнению с наиболее эффективными на момент написания диссертации источниками ЭУФ излучения, где многозарядная плазма создается в результате воздействия импульса лазерного излучения на каплю жидкого олова [26, 27], предложенные концепции источников ЭУФ излучения на основе резонансных микроволнового и субтерагерцового разрядов имеют ряд преимуществ:

- наличие выделенного направления движения плазмы (для обеих концепций) и возможность дополнительного эффективного ее удержания внешним магнитным полем (для разряда в магнитной ловушке) позволяют предохранить оптику от губительного воздействия частиц рабочего вещества;
- в условиях резонансного поглощения электромагнитного излучения электронной компонентой плазмы, средняя энергия электронов поддерживается на уровне, оптимальном для последовательной ионизации ионов до необходимых кратностей и возбуждения этих ионов электронным ударом;
- по сравнению с лазерами современные микроволновые приборы способны обеспечить более высокую среднюю мощность излучения, вплоть до сотен кВт, и более длительный импульс излучения, вплоть до работы в режиме стационарной генерации [28].

Первые эксперименты в рамках разработанных концепций источника ЭУФ излучения показали их состоятельность [29, 30], сформировав запрос на теоретическое исследование неоднородных потоков излучающей неравновесной плазмы многозарядных ионов в условиях резонансного микроволнового разряда, которое позволило бы ответить на вопрос об оптимальных условиях создания такой плазмы и эффективной генерации линейчатого излучения ионов высокой кратности. В настоящей диссертационной работе представлены результаты такого исследования.

## Цель и задачи диссертационной работы

Цель диссертационной работы – развитие теории стационарного течения излучающей неравновесной плазмы многозарядных ионов, поддерживаемой за счет резонансного нагрева ее электронов электромагнитным излучением микроволнового и субтерагерцового диапазонов. Целью диссертационной работы обусловлены следующие задачи:

1. Развитие общих теоретических методов для описания динамики потока неравновесной плазмы в условиях многократной ионизации электронным ударом.
2. Исследование эффекта запираания ультрафиолетового излучения в плотной плазме многозарядных ионов, поддерживаемой в условиях резонансного микроволнового разряда.
3. Исследование поглощения микроволнового излучения неоднородным потоком неравновесной плазмы.
4. Оптимизация источника экстремального ультрафиолетового излучения на основе микроволнового разряда в открытой магнитной ловушке, поддерживаемого в потоке паров олова
5. Оптимизация источника экстремального ультрафиолетового излучения на основе субтерагерцового разряда в потоке ксенона, свободно расширяющегося в вакуумную камеру.
6. Исследование расширения неравновесной плазмы с горячими электронами к проводящей стенке в спадающем магнитном поле.

## Научная новизна проведенных исследований

Научная новизна проведенных исследований состоит в следующем:

1. Построена гидродинамическая модель стационарного потока неравновесной плазмы с переменным ионным составом.
2. Произведена общая классификация возможных режимов течения неравновесной плазмы многозарядных ионов.
3. Предложена оригинальная техника решения стационарных гидродинамических уравнений для компонент неоднородной неравновесной плазмы в условиях многократной ионизации электронным ударом для течений, содержащих переход через звуковой барьер.
4. Развита методика к описанию линейчатого излучения оптически плотного образования неравновесной плазмы в условиях мультиплетного расщепления спектральных терм многозарядных ионов.
5. Установлены предельные параметры неравновесной многозарядной плазмы как источника ЭУФ излучения на основе микроволнового разряда в открытой магнитной ловушке, поддерживаемого в потоке вакуумно-дуговой плазмы олова. Вычислены достижимые КПД источников ЭУФ излучения на основе разрядов данного типа.

6. Установлены предельные параметры неравновесной многозарядной плазмы как источника ЭУФ излучения на основе субтерагерцового разряда в свободно расширяющемся потоке ксенона. Вычислены достижимые КПД источников ЭУФ излучения на основе разрядов данного типа.
7. Исследованы возможные режимы течения плазмы в присутствии наведенного внутреннего высокочастотного электромагнитного поля, усиленного вследствие дипольного резонанса с потоком плазмы, определены ключевые характеристики поглощения энергии внешнего поля.
8. Предложен метод самосогласованного описания устанавливающегося профиля потенциала неравновесной плазмы и направленной скорости ионов в расширителе открытой магнитной ловушки.

## Методы и подходы, используемые в диссертации

Исследования, представленные в диссертационной работе, в основе своей имеют описание многокомпонентной плазмы посредством системы гидродинамических уравнений, где функция источников частиц (ионов с разной кратностью ионизации) представляет из себя набор слагаемых, соответствующих последовательной ионизации электронным ударом.

Ультрафиолетовое излучение исследуемых плазменных образований описывается в рамках уравнения радиационного переноса возбуждения, предложенного Биберманом и Холстейном [44] и обобщенного на случай мультиплетного расщепления спектральных линий многозарядных ионов.

Нагрев потока плазмы многозарядных ионов излучением микроволнового или терагерцового диапазона частот описывается с учетом влияния электромагнитного поля на газодинамические характеристики потока за счет усредненной пондеромоторной силы, действующей со стороны этого поля на электроны плазмы. Для этого используется совместная система уравнений Максвелла и гидродинамических уравнений.

При рассмотрении потока неравновесной плазмы в расширителе открытой магнитной ловушки совместно с гидродинамическим описанием ионов для электронов используется решение бесстолкновительного кинетического уравнения в дрейфовом приближении, записываемое как произвольная функция двух интегралов движения – энергии электрона и магнитного момента его ларморовского вращения.

Указанные уравнения решаются как аналитически, так и с применением численных методов, в зависимости от цели рассмотрения и возможности аналитического решения.

## Основные положения, выносимые на защиту

1. В стационарном потоке многозарядной плазмы с переменным ионным составом звуковой переход осуществляется при ненулевом градиенте площади поперечного сечения потока. Значение этого градиента определяется процессом последовательной ионизации в неоднородной плазме до звукового перехода. Вывод задачи о классическом сопле Лавалья, заключающийся в том, что положение звукового перехода соответствует минимуму площади поперечного

сечения потока, остается справедливым для предельного случая плазмы, состоящей из электронов и ионов с максимальной кратностью ионизации.

2. Непосредственно за пробкой газодинамической магнитной ловушки ускорение ионов при расширении плазмы в убывающем магнитном поле происходит за счет потока тепла из тела ловушки вследствие теплопроводности. При дальнейшем расширении, когда роль соударений ослабевает, ионы продолжают ускоряться за счет отбора энергии электронов, находящихся в области расширения. Таким образом, конвективные потери энергии и отвечающий им полный перепад потенциала определяются протяженностью области ускорения ионов в столкновительном режиме, в то время как ускорение ионов в области бесстолкновительного расширения слабо влияет на полный перепад потенциала, но определяет скачок потенциала в дебаевском слое у стенки.
3. При нагреве потока холодной неравновесной плазмы микроволновым излучением в условиях, когда поперечный размер потока мал по сравнению с длиной волны, возможно существенное усиление электромагнитного поля внутри плазмы на дипольном резонансе. В этом случае усредненная ponderomotive сила, действующая на электроны, препятствует увеличению плотности плазмы выше уровня, соответствующего дипольному резонансу, что приводит к увеличению области резонансного взаимодействия поля с плазмой и, как следствие, увеличению эффективности поглощения микроволнового излучения.
4. Эффект запираания линейчатого ультрафиолетового излучения многозарядных ионов благородных газов, связанный с его резонансным перепоглощением и последующим гашением возбуждения иона электронным ударом, проявляется тем сильнее, чем меньше энергия соответствующего перехода. Спектр ионов высокой кратности представлен переходами с более высокой энергией, чем спектр ионов с меньшей кратностью ионизации. Поэтому, при определенном соотношении плотности и характерных размеров разряд может быть оптически тонким для линейчатого излучения с энергией кванта порядка 100 эВ, характерного для ионов высокой кратности и применяемого для ЭУФ литографии, в то время как линейчатое излучение ионов более низкой кратности ослаблено за счет эффекта запираания. Для разряда в ксеноне с характерными линейными размерами порядка 100 мкм плотности ионов  $10^{17}$ – $10^{18}$  см<sup>-3</sup> оптимальны для генерации излучения на длине волны  $11.2 \pm 1\%$  нм.
5. Для оптимизированного режима горения микроволнового разряда в потоке паров олова, распространяющегося в приосевой области открытой магнитной ловушки и нагреваемого излучением гиротронов, разработанных для поддержания плазмы в установках по исследованию управляемого термоядерного синтеза, расчетная мощность линейчатого излучения многозарядных ионов на длине волны  $13.5 \pm 1\%$  нм составляет до 40 кВт. Характерные параметры оптимизированного режима: концентрация электронов порядка  $10^{15}$  см<sup>-3</sup>, длина порядка 20 см, поперечные размеры порядка 2 мм, поглощаемая мощность микроволнового излучения порядка 100 кВт, частота микроволнового излучения 170 ГГц, средняя энергия электронов порядка 50 эВ.
6. Для оптимизированного режима горения точечного разряда, поддерживаемого излучением



субтерагерцовых гиротронов в свободно расширяющемся потоке ксенона, расчетная мощность линейчатого излучения многозарядных ионов на длине волны  $11.2 \pm 1\%$  нм составляет до 5 кВт. Характерные параметры оптимизированного режима: концентрация электронов порядка  $10^{18} \text{ см}^{-3}$ , линейные размеры порядка 100 мкм, поглощаемая мощность субтерагерцового излучения порядка 100 кВт, частота субтерагерцового излучения 670 ГГц, средняя энергия электронов порядка 100 эВ.

## Научная и практическая ценность

Научная и практическая значимость представленной в диссертационной работе теории определяется ее применимостью для интерпретации и оптимизации широкого спектра научных экспериментов по развитию различных приложений.

В случае экспериментов по развитию источников плазмы многозарядных ионов и ЭУФ излучения из-за высокой плотности и малых объемов плазменных образований, используемых в этих целях, аппаратная диагностика внутренней структуры микроволновых и терагерцовых разрядов с многозарядными ионами существенно затруднена. Фактически, существует возможность следить лишь за интегральными характеристиками такого разряда: излучением разряда в определенном диапазоне частот, усредненной интегральной плотностью и др. Однако с точки зрения оптимизации таких экспериментов важнейшими, но трудно измеримыми напрямую характеристиками разряда являются пространственное распределение ионов по кратностям ионизации и профиль скорости потока плазмы. Первое необходимо для определения области локализации и характеристик излучения отдельных ионных фракций, линии которых лежат в целевом диапазоне длин волн. Второе определяет паразитные с точки зрения создания источников частиц и излучения потери за счет выноса энергии из разряда вместе с потоком. Разработанная газодинамическая модель течения плазмы многозарядных ионов в том числе позволяет по интегральным характеристикам разряда восстанавливать локальные его характеристики, моделировать наиболее перспективные экспериментальные сценарии при работе с конкретными химическими элементами и различными параметрами поддерживающего излучения. Модель была применена для интерпретации экспериментов 2012 г. в ИПФ РАН по реализации источника ЭУФ излучения на основе дополнительного нагрева потока вакуумно-дуговой плазмы Sn, распространяющегося в приосевой области открытой магнитной ловушки, при помощи микроволнового излучения гиротрона (75 ГГц), экспериментов 2018 г. в ИПФ РАН по поддержанию точечного разряда в свободно расширяющемся потоке Xe, излучающего в ЭУФ диапазоне длин волн и поддерживаемого гиротроном субтерагерцового диапазона (250 ГГц). В каждом из случаев были восстановлены пространственное распределение ионов по кратностям ионизации, профиль скорости потока и плотности плазмы, предложены варианты оптимизации экспериментов.

В случае с описанием движения неравновесной плазмы в расширителе крупномасштабных открытых ловушек, предназначенных для исследований в области УТС, ситуация в некотором смысле противоположная: из эксперимента мы, как правило, знаем только локальные характеристики плазмы, а сам эксперимент по их измерению трудоемкий и дорогостоящий. Разработанная теоретическая модель движения плазмы в расширителе ловушки является довольно

простой, а вычисления на ее основе не слишком ресурсозатратны, но позволяют по исходным характеристикам плазмы в основном объеме ловушки восстановить профили потенциала плазмы и скорости потока ионов в расширителе, определить скачок потенциала в двойном слое у собирающей плазму стенки, потери энергии в расчете на электрон-ионную пару и др. Модель была верифицирована на доступных экспериментальных данных, полученных в 2013–2014 гг. на установке ГДЛ в ИЯФ СО РАН, Новосибирск.

Развитая в работе теория представляет интерес не только для развития приложений, но также с фундаментальной точки зрения. С ее помощью удалось обнаружить ряд новых физических эффектов. Наиболее важные из них указаны среди основных положений, выносимых на защиту.

## Публикации, апробация работы

Результаты диссертационной работы изложены в ведущих российских и зарубежных научных журналах: «Известия вузов. Радиофизика», Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики, Physics of Plasmas, Physical Review Applied, Applied Physics Letters, Nuclear Fusion. Всего по теме диссертации опубликовано 8 статей в реферируемых научных журналах, 9 статей в сборниках международных конференций и 10 тезисов докладов. Результаты диссертационной работы представлены автором лично в рамках 15 международных конференций, включая Международную (Звенигородскую) конференцию по физике плазмы и УТС, European Physics Society Conference on Plasma Physics, International Conference «Frontiers of Nonlinear Physics».

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка основных публикаций автора по теме работы и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 116 страниц, включая 42 рисунка, одну таблицу и список литературы из 87 наименований. Список основных публикаций автора по теме диссертации содержит 27 наименований.

## Краткое содержание диссертации

**Во введении** обоснована актуальность темы, определены цель и задачи диссертационной работы, отмечена научная новизна проведенных исследований, описаны использованные методы и подходы, приведены основные положения, выносимые на защиту, замечания о научной и практической ценности, а также краткое содержание диссертационной работы.

**Первая глава** посвящена теоретическому описанию динамики неоднородного потока неравновесной плазмы многозарядных ионов. Глава представляет собой последовательное изложение теории, являющейся результатом цикла работ 2015–2018 гг. [1A, 2A, 3A, 4A]<sup>1</sup>, в наиболее актуальной к настоящему моменту редакции, используемой для интерпретации и оптимизации проводимых экспериментов по генерации ЭУФ излучения.

<sup>1</sup>Ссылки с индексом **A** относятся к списку основных публикаций автора по теме диссертации, приведенного на страницах 107–109.

**В разделе 1.1** обсуждаются основные особенности исследуемого объекта – потока неравновесной плазмы микроволнового разряда в условиях многократной ионизации, приводятся базовые уравнения для его описания – система гидродинамических уравнений стационарного квазиодномерного потока плазмы многозарядных ионов.

**Раздел 1.2** посвящен движению неравновесной плазмы многозарядных ионов в окрестности звукового барьера, где система гидродинамических уравнений имеет особенность. Обсуждаются возможность и условия реализации гладкого перехода течения из дозвукового в сверхзвуковой режим и обратно на основе анализа линеаризованной системы гидродинамических уравнений стационарного квазиодномерного потока плазмы многозарядных ионов с упрощающим предположением о равенстве констант ионизации различных ионных компонент плазмы электронным ударом. Произведена классификация возможных течений для расширяющегося потока плазмы многозарядных ионов.

**В разделе 1.3** рассмотрен наиболее важный для практики класс течений, содержащих переход через звуковой барьер [2A]. Для течений этого класса предложена техника решения сформулированных в разделе 1.1 гидродинамических уравнений стационарного квазиодномерного потока плазмы многозарядных ионов, которая позволяет отделить задачу о балансе ионизации от задачи о балансе импульса и обойти трудности численного интегрирования уравнения баланса импульса в окрестности перехода через звуковой барьер. Техника разработана для произвольных констант ионизации, то есть обеспечивает возможность работы с реальными рабочими веществами источников ЭУФ излучения (Sn, Xe), приведены данные, которые необходимы для таких вычислений [3A, 4A].

**В разделе 1.4** обсуждаются основные энергетические характеристики потока неравновесной плазмы многозарядных ионов. Текст сгруппирован по трем подразделам. Первые два подраздела посвящены объемным потерям энергии на ионизацию и излучение. Последний – конвективным потерям энергии.

**В подразделе 1.4.1** получено выражение для потерь энергии на ионизацию и излучение линейчатого спектра ионов в предельном случае оптически тонкой среды.

**В подразделе 1.4.2** предложено выражение для потерь энергии на излучение линейчатого спектра ионов в случае неравновесной плазмы произвольной оптической плотности, то есть в условиях возможного присутствия эффекта запираания излучения за счет его перепоглощения и последующего гашения возбуждения иона электронным ударом. Выражение получено на основе решения уравнения Бибермана-Холстейна, обобщенного на случай мультиплетного расщепления спектральных терм многозарядных ионов. Обсуждается влияние параметров линий и плазмы на выход излучения из объема разряда [4A]. Приводятся результаты исследований прозрачности плотного ксенонового плазменного образования с многозарядными ионами, имеющего размеры, характерные для экспериментов по развитию точечного источника ЭУФ излучения. Показано, что до плотностей порядка  $10^{18}$  см<sup>-3</sup> плазма остается оптически прозрачной для целевого ультрафиолетового излучения в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм, в то время как линии с большей длиной волны уже активно запираются. Это позволяет сделать вывод о положительной роли эффекта запираания излучения в контексте разработки источников ЭУФ излучения.

**В подразделе 1.4.3** получено выражение для конвективных потерь энергии, то есть для энергии, покидающей разряд вместе с потоком частиц. Обсуждается роль конвективных потерь в общем балансе энергии разряда.

**В разделе 1.5** сформулирована замкнутая гидродинамическая модель квазиодномерного течения неравновесной плазмы многозарядных ионов, позволяющая по внешним параметрам, которыми являются полный поток частиц, исходный ионный состав потока, сообщаемая разряду мощность и зависимость площади поперечного сечения плазмы от координаты вдоль потока, восстанавливать температуру электронов в разряде, распределение в пространстве концентраций электронов и ионов, профиль скорости потока и ряд производных характеристик, включая мощность излучения плазмы в выделенной спектральной полосе [3А, 4А]. Замыкание уравнений производится в силу закона сохранения энергии, который позволяет определить температуру электронов как функцию сообщаемой разряду мощности.

**В разделе 1.6** на основе анализа зависимости характерного пространственного масштаба выравнивания температуры электронов за счет электронной теплопроводности от параметров плазмы установлены границы применимости приближения однородной температуры электронов, используемого в теории, представленной в предыдущих разделах. В частности, показано, что при характерных для неравновесного микроволнового разряда температурах электронов 50–100 эВ в рамках обеих существующих концепций источника ЭУФ излучения на основе резонансного микроволнового разряда пользоваться разработанной выше теорией можно до сравнительно высоких значений плотности плазмы: в случае нагрева плазмы Sn в компактных магнитных ловушках предельно допустимыми являются плотности плазмы порядка  $10^{15}$  см<sup>-3</sup>, в случае свободно расширяющейся плазмы Хе –  $10^{19}$  см<sup>-3</sup>. Различие связано с различием в пространственных масштабах разрядов.

**В разделе 1.7** на основе сравнения длины ионизации нейтральных атомов и пространственных масштабов рассматриваемых разрядов сделан вывод о том, что как в случае с разрядом в магнитной ловушке, так и в случае с разрядом в свободно расширяющемся потоке, реализуется режим выгорания нейтральных частиц: даже в присутствии постоянного источника нейтральных атомов они ионизируются на периферии разряда и не проникают внутрь плазменного образования. Вследствие этого процесс перезарядки ионов на нейтральных атомах не оказывает существенного влияния на ионный состав разрядов.

**Вторая глава** диссертационной работы посвящена результатам использования представленной в предыдущей главе гидродинамической модели неоднородного потока излучающей неравновесной плазмы многозарядных ионов для интерпретации и оптимизации экспериментов по генерации ЭУФ излучения. В двух разделах главы представлены исследования по поиску оптимальных режимов горения и предельных параметров разряда для двух концепций источника ЭУФ излучения: на основе дополнительного нагрева микроволновым излучением потока плазмы вакуумной дуги (Sn), каналируемого внешним магнитным полем [3А], и субтерагерцового разряда в потоке газа (Хе), свободно расширяющегося в вакуумную камеру [4А, 5А].

**В разделе 2.1** приведено исследование первой из концепций: источник ЭУФ излучения на основе микроволнового разряда в олове, поддерживаемого в открытой магнитной ловушке

ке. На основе моделирования сделан вывод о том, что КПД и абсолютное значение мощности ЭУФ излучения в диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм для данного источника на нынешнем уровне развития микроволновых приборов могут быть довольно высокими: до 30% и 40 кВт, соответственно. Однако в силу слабой локализации излучающей области (порядка 10 см для использованных в пионерских экспериментах магнитных ловушек) сфокусировать для дальнейшего использования возможно лишь небольшую часть сгенерированного целевого ЭУФ излучения. Предложена оптимизированная магнитная конфигурация, позволяющая уменьшить протяженность излучающей области до 1 см при сохранении мощности ЭУФ излучения.

**В разделе 2.2** рассмотрена вторая концепция – источник ЭУФ излучения на основе компактного (точечного) субтерагерцового разряда в расширяющемся потоке Хе. При помощи моделирования установлены оптимальные значения параметров экспериментов по генерации ЭУФ излучения в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм и приведены сценарии режимов горения точечного разряда с эффективностью генерации до 9% (4.5% по отношению к мощности гиротрона) и абсолютной мощностью целевого излучения до 9 кВт. Однако данные выводы предполагают давление внутри сопла более 9 атм, что труднодостижимо в эксперименте. При атмосферном давлении внутри сопла расчетная максимальная мощность ЭУФ излучения составила 5 кВт, КПД – 5%. Для доступных в эксперименте размеров разряда генерации установлена минимальная поглощаемая разрядом мощность, необходимая для генерации 1 кВт целевого ЭУФ излучения, которая составляет 15 кВт.

В завершение раздела представлены результаты интерпретации экспериментов 2018 г. по генерации ЭУФ излучения локализованным разрядом в потоке ксенона, поддерживаемым излучением гиротрона 250 ГГц/250 кВт [5А]. По измеренным интегральной мощности излучения наблюдаемого разряда и мощности его излучения в нескольких выделенных спектральных диапазонах на основе моделирования установлены распределение ионов разряда по кратностям ионизации, вклад каждой из ионных фракций в излучение разряда, концентрации электронов и ионов, как функции расстояния от сопла.

**В третьей главе** предложена самосогласованная модель квазиодномерного стационарного потока неравновесной плазмы, распространяющегося вдоль оси открытой магнитной ловушки и поддерживаемого высокочастотным электромагнитным полем [6А]. Модель позволяет качественно исследовать возможные режимы течения плазмы в присутствии наведенного внутреннего высокочастотного поля, усиленного вследствие дипольного резонанса с потоком плазмы, определить основные особенности и ключевые характеристики нелинейного поглощения энергии внешнего поля.

**Разделы 3.1–3.4** посвящены построению упомянутой самосогласованной модели. В ее основе лежат гидродинамические уравнения и аналитическое решение задачи о рассеянии электромагнитной волны плазменным цилиндром с диаметром, малым по сравнению с длиной волны. Найденное в результате решения электромагнитное поле в среде используется для нахождения усредненной пондеромоторной силы, действующей на электроны плазмы, которая в свою очередь влияет на характеристики потока. Таким образом, в нашем распоряжении оказывается замкнутая модель для согласованного описания течения плазмы и процесса резонансного

поглощения электромагнитного излучения.

**В разделах 3.4–3.7** на основе результатов моделирования произведена классификация возможных течений и установлена интересная особенность нелинейного поглощения излучения на дипольном резонансе: за счет того, что пондеромоторная сила препятствует повышению концентрации электронов сверх резонансного значения, при увеличении мощности микроволнового излучения увеличивается область резонансного взаимодействия этого излучения с потоком. Это приводит к тому, что поглощаемая мощность растет с увеличением плотности энергии внешнего поля быстрее, чем по линейному закону, т.е. нелинейность увеличивает эффективность поглощения.

В главе рассмотрена простейшая задача о потоке плазмы с фиксированной (единичной) кратностью ионизации без учета радиационных потерь. Однако «электродинамическая» часть задачи не зависит от этих особенностей. Поэтому предложенный формализм допускает обобщение и на случай плазменного потока более сложного (переменного) ионного состава с потерями на линейчатое излучение ионов.

**Четвертая глава** посвящена исследованию течения неравновесной плазмы за пробкой открытой магнитной ловушки [7A]. Здесь в фокус исследования попадает более широкий диапазон плотностей и температур плазмы, а также коэффициентов расширения потока, поскольку расширение плазмы к собирающей стенке за пробкой ловушки (расширитель) используется не только в приложениях по созданию источников частиц и излучения, но и в больших ловушках для плазмы с субтермоядерными параметрами, для которых исследование продольных (конвективных) потерь энергии также представляет большой интерес. В связи с необходимостью такого обобщения, математический аппарат описания динамики потока плазмы здесь подвергается существенной модификации: в отличие от примененного в предыдущих главах полностью гидродинамического описания, здесь необходимо следить за изменением функции распределения электронов плазмы по скоростям по мере расширения потока.

**В подразделах 4.1.1–4.1.3 раздела 4.1** представлена гибридная модель течения неравновесной плазмы. Ионы в этой модели описываются при помощи гидродинамических уравнений во всем объеме расширителя. Характер течения электронов качественно различается в области плотной плазмы, примыкающей к магнитной пробке, и области разреженной плазмы у собирающей стенки. В представленной модели мы абстрагируемся от описания переходной области, полагая нулевой ее толщину, и непрерывно сшивая характеристики плазмы на границе двух обозначенных областей. В области, примыкающей к пробке, электроны описываются гидродинамически. В области, примыкающей к стенке используется кинетическое описание при помощи уравнения Больцмана для функции распределения электронов. В итоге удается сформулировать замкнутую систему уравнений и граничных условий для описания течения неравновесной плазмы в расширителе магнитной ловушки.

**В подразделе 4.1.4** обсуждается возможность описания скачка потенциала плазмы в двойном слое у собирающей плазму стенки в рамках разработанной модели.

**В разделах 4.2 и 4.3** представлены, соответственно, аналитические оценки характеристик и результаты моделирования режимов течения плазмы в расширителе газодинамической маг-

нитной ловушки на основе предложенной системы уравнений. Модель верифицирована на экспериментальных данных, полученных ранее на установке ГДЛ в ИЯФ СО РАН, Новосибирск. На основе моделирования установлено, что только столкновительный изотермический разлет плазмы вблизи магнитной пробки напрямую влияет на ее продольные потери энергии. Эффект не сильно выражен в крупных термоядерных установках, но может существенно повлиять на удержание плотной плазмы в компактных устройствах, таких как плазменные источники многозарядных ионов. С другой стороны, увеличение модуля падения потенциала плазмы, вызванное увеличением продольных потерь энергии, может улучшить удержание электронов, в том числе за счет увеличения популяции запертых частиц. Это позволяет, например, рассматривать возможность использования в приложениях ЭЦР-разряда в конфигурации с одной магнитной катушкой, когда удержание электронов в убывающем магнитном поле происходит исключительно за счет амбиполярного потенциала.

**В заключении** подведены итоги диссертационной работы.

# Глава I

## Динамика неоднородного потока неравновесной плазмы многозарядных ионов

Для описания потока неравновесной многозарядной плазмы был разработан набор новых инструментов анализа. Основным является теория стационарного квазиодномерного изотермического течения плотной сильно излучающей плазмы многозарядных ионов. Глава представляет собой последовательное изложение теории, являющейся результатом объемного цикла работ 2015–2018 гг. [1А, 2А, 3А, 4А], в наиболее актуальной к настоящему моменту редакции, используемой для интерпретации и оптимизации современных экспериментов по генерации экстремального ультрафиолетового (ЭУФ) излучения.

### 1.1 Гидродинамическое описание плазмы многозарядных ионов

В качестве исходных рассмотрим гидродинамические уравнения, описывающие стационарный баланс потоков частиц и потока импульса в многокомпонентном ионизированном газе, в котором происходит рождение и уничтожение частиц,

$$\operatorname{div}(n_j \mathbf{u}_j) = I_j, \quad (1.1)$$

$$m_i n_j \mathbf{u}_j \nabla \mathbf{u}_j + \nabla(n_j T_{ij}) = Z_j e n_j \mathbf{E} + \mathbf{R}_j, \quad (1.2)$$

Здесь  $n_j$  – концентрация ионов с кратностью ионизации  $Z_j = j$  при  $j = 1, \dots, Z_{\max}$ , либо концентрация нейтральных атомов в случае  $j = 0$ ,  $Z_{\max}$  – максимальная кратность ионизации,  $\mathbf{u}_j$  и  $T_{ij}$  – скорость упорядоченного движения и температура  $j$ -той компоненты плазмы,  $\mathbf{E}$  – электрическое поле, имеющее в нашей задаче амбиполярную природу,  $\mathbf{R}_j$  сила трения между фракциями,  $m_i$  – масса атомов и ионов,  $e$  – элементарный заряд. Источник частиц обусловлен ионизацией электронным ударом [1]:

$$I_j = n_e (k_{j-1} n_{j-1} - k_j n_j), \quad n_e = \sum_{j=1}^{Z_{\max}} Z_j n_j, \quad (1.3)$$



где  $n_e$  – концентрация электронов, определяемая из условия квазинейтральности,  $k_j$  – константы ионизации, введенные так, что величина  $k_j n_e$  равна частоте перехода иона из зарядового состояния  $j$  в состояние  $j + 1$ . Заметим, что для нейтральных атомов отсутствует источник за счет ионизации, т.е.  $n_{-1} = 0$ , а для максимально ионизированных ионов отсутствует уничтожение, т.е.  $k_{Z_{\max}} = 0$ . Амбиполярное электрическое поле можно найти из условия локального термодинамического равновесия для электронов, пренебрегая (с учетом неравенства  $m_i \gg m_e$ , где  $m_e$  – масса электрона) импульсом электронов:

$$\nabla(n_e T_e) = -en_e \mathbf{E}, \quad (1.4)$$

где  $T_e$  – температура электронов.

В интересующих нас приложениях длина свободного пробега ионов обычно значительно меньше характерных масштабов, на которых происходит ионизация, поэтому в качестве разумного приближения можно положить все гидродинамические скорости одинаковыми сила трения между различными фракциями при этом выпадает из уравнений. Это ограничение не слишком важно для численных расчетов, но сильно упрощает качественный анализ результатов, поскольку позволяет перейти к одножидкостной гидродинамике. В частности, сложив уравнения (1.2) и (1.4), получаем уравнение баланса потока импульса в виде

$$m_i n (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} + \nabla \left( n_e T_e + \sum_{j=0}^{Z_{\max}} n_j T_{ij} \right) = 0, \quad n = \sum_{j=0}^{Z_{\max}} n_j, \quad (1.5)$$

где  $n$  – суммарная концентрация всех тяжелых фракций,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_j$  для всех  $j = 1, \dots, Z_{\max}$ .

Основная особенность рассматриваемого потока плазмы обусловлена резонансным энергокладом в электронную компоненту. В зависимости от конкретных условий эксперимента реализуются электронно-циклотронный, верхнегибридный или плазменный ленгмюровский механизмы поглощения. В результате поддерживается высокая, от нескольких десятков до сотен электронвольт, температура электронов. В этих условиях характерная длина теплопроводности электронов существенно превышает характерную длину ионизации потока. Это отражает то обстоятельство, что в полностью ионизированной плазме тепловое равновесие устанавливается электронами, движущимися с тепловой скоростью, а перераспределение массы ограничено ионно-звуковой скоростью из-за амбиполярной связи электронов и ионов. Поэтому температуру электронов можно считать однородной. Заметим, что для неограниченного потока изотермическое приближение неизбежно нарушается. Однако как показывают оценки (см. раздел 1.6) эти нарушения существенны на масштабах, значительно превосходящих характерные размеры экспериментальных установок.

Рассмотрим течение плазмы, гидродинамические характеристики которого мало меняются в поперечном сечении некоторым образом выделенной трубки тока. В первом приближении такой поток можно считать квазиодномерным – все свойства этого потока зависят только от одной пространственной координаты  $z$  вдоль потока, при этом геометрическая форма потока определяется единственным параметром  $S(z)$ , имеющим смысл поперечного сечения трубки тока. Усреднив уравнения (1.1) и (1.5) по бесконечно малому объему, ограниченному участком силовой

трубки между сечениями  $z$  и  $z + dz$ , получаем систему уравнений, описывающих стационарный квазиодномерный поток многокомпонентной плазмы:

$$\frac{d(Sn_j u)}{dz} = Sn_e(k_{j-1}n_{j-1} - k_j n_j), \quad (1.6)$$

$$\frac{d(Sm_i n u^2)}{dz} = -S \frac{d(n_e T_e + n_0 T_0)}{dz}. \quad (1.7)$$

При усреднении уравнения баланса импульса мы оставили только продольную компоненту вдоль потока, считая, что в поперечном направлении силы либо компенсируются, либо отсутствуют в силу симметрии. Кроме того, мы пренебрегли газокинетическим давлением ионов по сравнению с давлением электронов (температура ионов в рассматриваемых задачах обычно не превышает нескольких электронвольт [31]), но оставили давление нейтрального газа  $n_0 T_0$ , которое необходимо для корректного описания начальной стадии разряда при  $n_0 \gg n_e$ . Выбирая конкретную зависимость  $S(z)$ , можно моделировать разнообразные ситуации, встречающиеся в эксперименте.

## 1.2 Классификация течений для расширяющегося потока плазмы в условиях многократной ионизации

Классификацию решений уравнений (1.6)–(1.7) удобно провести, анализируя их особенности в окрестности звукового барьера. Как известно, решения гидродинамических уравнений приведенного типа имеют сингулярность при переходе скорости потока через скорость звука в среде [32]. В этом легко убедиться, если переписать кинетическое давление в виде

$$n_e T_e + n_0 T_0 \equiv m_i n c^2. \quad (1.8)$$

Это равенство следует рассматривать как определение величины  $c$ . При ионизации изменяется только зарядовое распределение, поэтому суммарный поток тяжелых фракций сохраняется,

$$\Gamma = S u n = \text{const}. \quad (1.9)$$

С учетом этого замечания уравнение баланса импульса (1.7) представляется в виде

$$\left(1 - \frac{c^2}{u^2}\right) \frac{du}{dz} = -\frac{S}{u} \frac{d}{dz} \left(\frac{c^2}{S}\right). \quad (1.10)$$

Введенная таким образом скорость  $c$  может быть интерпретирована как локальная скорость звука в потоке. Если пренебречь нейтральной компонентой, формально эта скорость совпадает с известным выражением  $c = \sqrt{\bar{Z} T_e / m_i}$  для скорости ионно-звуковых волн в плазме [33] с  $T_e \gg T_i$  и эффективным зарядом

$$e\bar{Z} = e n_e / n. \quad (1.11)$$

Здесь  $\bar{Z}$  – среднее зарядовое число плазмы с многозарядными ионами. Поскольку средний заряд монотонно увеличивается вдоль потока, локальная скорость звука также возрастает по мере

расширения потока несмотря на предположение о постоянстве температуры электронов. Заметим, что в случае неизменного поперечного сечения потока  $S = \text{const}$ , уравнение (1.10) можно заменить интегралом давления  $u + c^2/u = \text{const}$ , уравнения ионизационного баланса (1.6) при этом полностью интегрируются.

Когда скорость потока совпадает с локальной скоростью звука, решения уравнения (1.10) проходят через кризис стационарного течения ( $du/dz \rightarrow \infty$  при  $u = c$ ). Однако из уравнения видно, что кризиса при прохождении звукового порога можно избежать, если

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{c^2}{S} \right) = 0. \quad (1.12)$$

Обе величины,  $c^2$  и  $S$ , монотонно возрастают вдоль потока, но по разным законам. Поэтому условие (1.12) может оказаться выполненным при определенном значении координаты  $z = z_c$ . В дальнейшем мы будем называть эту точку критической, а значения всех физических величин в этой точке будем отмечать индексом «с». В этой точке поток может плавно и непрерывно переходить через звуковой порог. Заметим, что без учета ионизации переход через звуковой барьер возможен только в сечении с минимальной площадью<sup>1</sup>. Ионизация приводит к дополнительной «силе», которая смещает критическое сечение по потоку. В остальном наша задача аналогична стандартной теории истечения газа по трубе с переменным сечением [32].

Условие перехода через звуковой порог зависит от распределения ионов по зарядовым состояниям, которое в свою очередь определяется предшествующей эволюцией разряда до критической точки. Это обстоятельство затрудняет анализ задачи. В данном разделе мы ограничимся качественным анализом упрощенной модели, в которой все константы ионизации одинаковы и равны  $k_i$ , а система находится вдали от насыщения, соответствующего полной ионизации ионов (то есть  $\bar{Z} \ll Z_{\text{max}}$  или  $n_{Z_{\text{max}}} \ll n$ ). В этом случае  $Z_{\text{max}} + 1$  уравнений (1.6), описывающих ионизацию, можно заменить на одно уравнение для плотности электронов. Уравнение непрерывности для потока электронов нетрудно получить, сложив уравнения (1.6) с весом, равным кратности ионизации. В результате с учетом сделанных упрощающих предположений получаем

$$\frac{d}{dz} (Sn_e u) = Sn_e \sum_{j=1}^{Z_{\text{max}}-1} k_j n_j \approx Sk_i n_e n. \quad (1.13)$$

Исходные уравнения (1.6)–(1.7) теперь сводятся к системе двух уравнений, описывающих эволюцию среднего заряда ионов  $\bar{Z} = Sn_e u / \Gamma$  и скорости потока:

$$\frac{d\bar{Z}}{dz} = \frac{k_i \Gamma \bar{Z}}{Su^2}, \quad (1.14)$$

$$\frac{du}{dz} = -Sc_1^2 \frac{d}{dz} \left( \frac{\bar{Z}}{Su} \right), \quad (1.15)$$

<sup>1</sup>Это в частности приводит к хорошо известному условию истечения стационарного потока плазмы из открытой магнитной ловушки. Дозвуковое течение отвечает движению плазмы внутри ловушки, а сверхзвуковое течение – расширению плазмы снаружи ловушки. При этом переход через звуковой барьер происходит, когда поток проходит через максимум магнитного поля в пробке ловушки. Возникает естественное граничное условие, заключающееся в том, что направленная скорость потока плазмы в пробке должна равняться локальной ионно-звуковой скорости [34].

где  $c_1 = \sqrt{T_e/m_i}$  – скорость ионного звука в однократно ионизированной плазме. Уравнения (1.14), (1.15) описывают истечение газа из сопла с заданным поперечным сечением и эффективным уравнением состояния, отвечающим изменению зарядового распределения ионов. Более удобной для дальнейшего анализа является система уравнений, связывающая средний заряд и локальное число Маха  $M = u/c = u/(\bar{Z}^{1/2} c_1)$ :

$$S \frac{d\bar{Z}}{dz} = \frac{k_i \Gamma}{c_1^2} \frac{1}{M^2}, \quad (1.16)$$

$$S \left( M - \frac{1}{M} \right) \frac{dM}{dz} = \frac{dS}{dz} - \frac{k_i \Gamma}{c_1^2} \frac{1}{2\bar{Z}} \left( 1 + \frac{1}{M^2} \right), \quad (1.17)$$

В частности, из последнего уравнения следует, что непрерывный переход через звуковой барьер  $M = 1$  возможен только при условии, что правая часть этого уравнения обращается в ноль. Отсюда находится критический градиент

$$\left( \frac{dS}{dz} \right)_c = \frac{k_i \Gamma}{c_c^2} = \frac{1}{Z_c} \frac{k_i \Gamma}{c_1^2} = \frac{1}{Z_c} \left( \frac{k_i n_e}{u} \right)_c S_c, \quad (1.18)$$

который для заданного закона расширения потока однозначно определяет положение и размер критического сечения. Здесь  $c_c$  и  $Z_c$  – скорость ионного звука и среднее зарядовое число в критическом сечении, а величина  $u/(k_i n_e)$  определяет характерную длину ионизации. Критический градиент является единственным размерным параметром, остающимся после перехода от уравнения для скорости потока к уравнению для локального числа Маха.

Рассмотрим поведение решений системы (1.16), (1.17) вблизи критической точки, определяемой условием (1.18). Решения при этом не обязаны проходить строго через звуковой барьер. Линеаризуем уравнения в окрестности критической точки:

$$M = 1 + \delta M, \quad \bar{Z} = Z_c + \delta \bar{Z}, \quad z = z_c + \delta z, \quad (1.19)$$

и примем, что

$$S = S_c + \left( \frac{dS}{dz} \right)_c \delta z + \left( \frac{d^2 S}{dz^2} \right)_c \frac{\delta z^2}{2}, \quad (1.20)$$

В результате получим уравнение

$$\delta M \frac{d \delta M}{d \delta z} = \alpha \delta z + \beta \delta M, \quad (1.21)$$

где  $2\alpha = (d^2 S/dz^2)_c / S_c + (dS/dz)_c^2 / S_c^2$ ,  $2\beta = (dS/dz)_c / S_c$  – постоянные, которые определяются только зависимостью сечения от координаты, зарядовым числом плазмы и длиной ионизации в окрестности критической точки. Переходом к новой координате  $\zeta$  это уравнение сводится к элементарной системе автономных линейных уравнений

$$\frac{d \delta z}{d \zeta} = \delta M, \quad \frac{d \delta M}{d \zeta} = \alpha \delta z + \beta \delta M, \quad (1.22)$$

Решения этой системы  $\{\delta M, \delta z\} \propto \exp(\lambda \zeta)$  полностью определяются ее характеристическим уравнением  $\lambda^2 - \beta \lambda - \alpha$ . Корни этого уравнения равны  $\lambda_{1,2} = (\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\alpha})/2$ . В зависимости от соотношения параметров могут реализовываться решения типа седло (при  $\alpha > 0$ ), узел (при

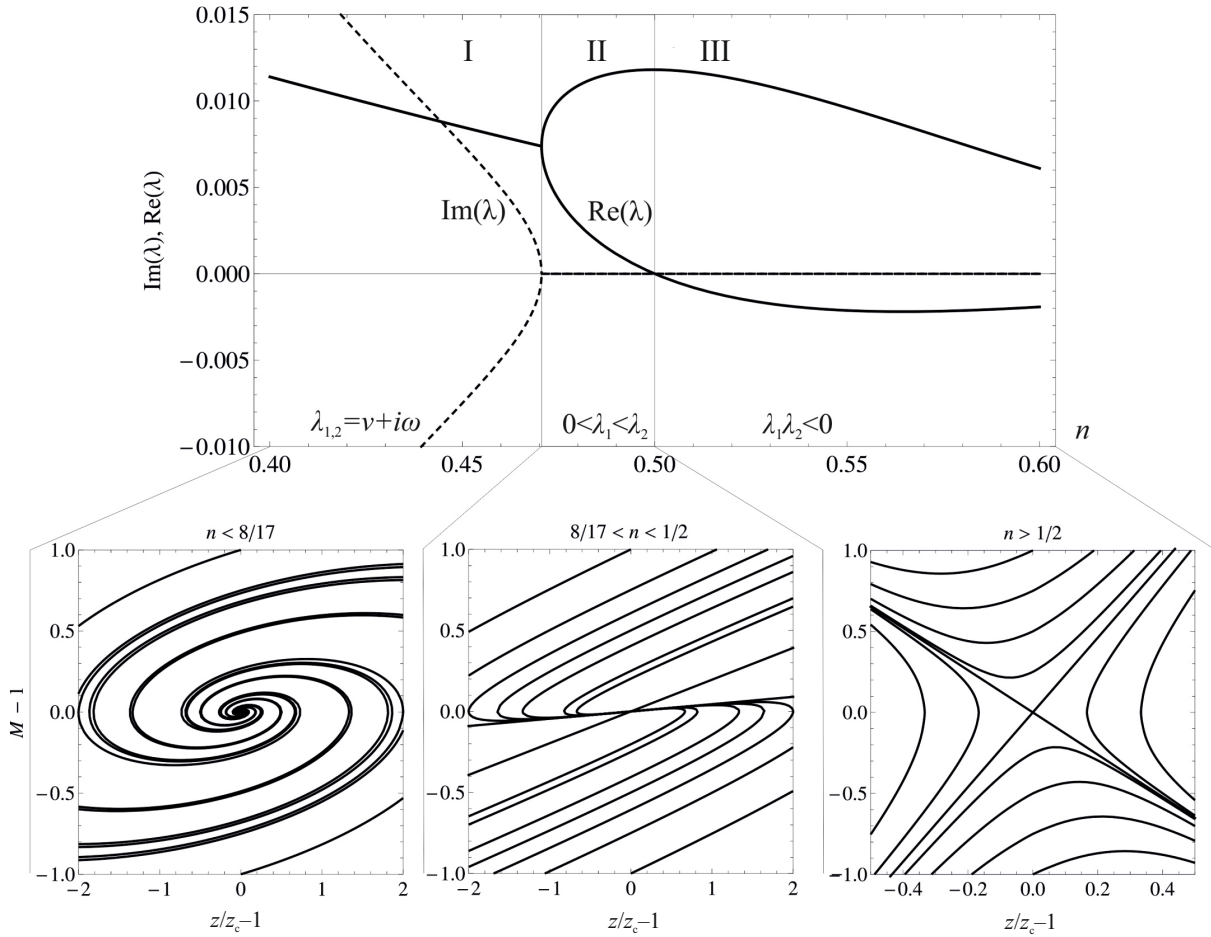


Рис. 1.1. Корни характеристического уравнения и бифуркации течения в окрестности перехода через звуковой барьер в зависимости от показателя степени  $n$  для потока, расширяющегося по закону  $S \propto z^n$ : область I отвечает состоянию равновесия типа фокус, II – узел, III – седло.

$-\beta^2/4 < \alpha < 0$ ) и фокус (при  $\alpha < -\beta^2/4$ ). Заметим, что в отсутствие ионизации  $(dS/dz)_c = 0$  и  $\beta = 0$ , поэтому в системе реализуются только состояния равновесия типа седло и центр.

В качестве примера на рисунке 1.1 приведены корни характеристического уравнения и фазовые плоскости для потоков, расширяющихся по степенному закону

$$S = S_c(z/z_c)^n. \quad (1.23)$$

В этом частном случае  $\lambda_{1,2} = [n/(4z_c)] \left(1 \pm \sqrt{17 - 8/n}\right)$ . Для медленно расширяющихся потоков реализуются режимы с состояниями равновесия типа узел ( $8/17 < n < 1/2$ ) или фокус ( $n < 8/17$ ). В первом случае звуковой переход может происходить только в одну сторону (с увеличением скорости вдоль потока), причем не единственным способом. Во втором случае звуковой переход невозможен, потому что стационарный поток не может быть продолжен за точку  $M = 1$ , точнее, поток ограничен между двумя такими точками. Оба этих случая упомянуты для полноты, они не представляют интереса для практических приложений.

Для нас наибольший интерес представляет случай типа седло, который реализуется при достаточно быстром расширении с  $n > 1/2$  и отвечает большинству практических приложений. В этом случае уравнения (1.22) допускают ровно два линейных по координате решения  $M = 1 + \lambda_{1,2}(z - z_c)$ , по которым возможен переход через звуковой барьер. Положительному корню характеристического уравнения соответствует гладкий переход от дозвукового течения

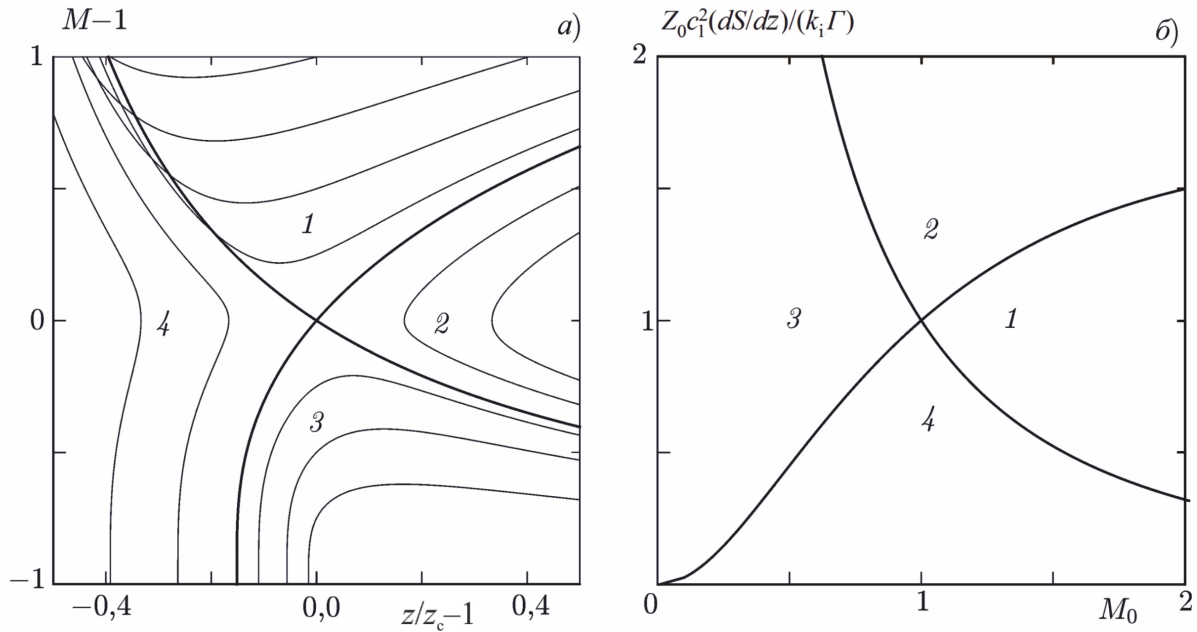


Рис. 1.2. *а)* Решения балансных уравнений в автомодельных переменных (1.25): 1 – сверхзвуковые течения без кризиса, 2 – течения, начинающиеся с кризиса, 3 – дозвуковые течения без кризиса, 4 – течения, ограниченные кризисом; течения вдоль сепаратрис выделены жирными линиями. *б)* Разбиение плоскости начальных значений, соответствующих разным типам траекторий: границы областей образованы множеством точек пересечения сепаратрис, проходящих через звуковой барьер в различных сечениях, с плоскостью, в которой задаются начальные условия. Поток расширяется по закону  $S \propto z^2$ .

к сверхзвуковому, отрицательному корню отвечает гладкий переход от сверхзвукового течения к дозвуковому. Кроме того, возможно переключение с одного корня на другой в точке  $z = z_c$ , что соответствует «касанию» звукового барьера без перехода через него.

При расширении потока плазмы переход через звуковой барьер происходит в точке с критическим градиентом (1.18) и достаточной «кривизной»  $(d^2S/dz^2)_c > -(dS/dz)_c^2/S_c$ . Последнее условие гарантирует, что в окрестности звукового перехода движение потока описывается седловыми траекториями в плоскости скорость-координата, причем сам звуковой переход возможен только по сепаратрисе, проходящей через «виртуальное» состояние равновесия в критическом сечении потока, см. рисунок 1.2*а*. Для остальных (гиперболических) траекторий в окрестности критического сечения реализуется экстремум локального числа Маха  $M_c$  – минимум для сверхзвуковых течений и максимум для дозвуковых. Из уравнений (1.16), (1.17) следует, что экстремум числа Маха соответствует сечению, где  $dS/dz = (dS/dz)_c + (1 + 1/M_c^2)/2$ . Кроме того, часть гиперболических траекторий не доходит до критического сечения – эти траектории описывают течения с кризисом стационарного течения. Другими словами, фазовая плоскость с линейным состоянием равновесия типа седло полностью характеризует динамику потока при приближении к кризису стационарного течения. Эта особенность позволяет провести классифи-

кацию возможных решений полной нелинеаризованной системы (1.16), (1.17), разбив их на

- 1) сверхзвуковые течения без кризиса,
- 2) течения (сверх- и дозвуковые), начинающиеся с кризиса,
- 3) дозвуковые течения без кризиса,
- 4) течения (сверх- и дозвуковые), ограниченные кризисом,
- 5) течения, отвечающие сепаратрисным решениям.

На рисунке 1.2*a* приведен пример разбиения решений на указанные классы. При использовании данной классификации следует помнить, что положение критической точки зависит от среднего заряда ионов  $Z_c$  в этой точке, которое в свою очередь зависит от начальных условий. В зависимости от последних положение равновесия, отвечающего критической точке, может меняться – это следствие использования понятия фазовой плоскости для неавтономной системы. Зафиксировав величину  $Z_c$ , мы выделяем решения, отвечающие некоторому вполне определенному подклассу начальных условий, приводящих именно к такому среднему заряду в критической точке. К счастью, этот параметр можно полностью исключить из формальной классификации, переписав уравнения (1.16), (1.17) в виде

$$S \frac{d\bar{Z}/Z_c}{dz} = \left( \frac{dS}{dz} \right)_c \frac{1}{M^2}, \quad S \left( M - \frac{1}{M} \right) \frac{dM}{dz} = \frac{dS}{dz} - \frac{1}{2} \left( \frac{dS}{dz} \right)_c \frac{Z_c}{\bar{Z}} \left( 1 + \frac{1}{M^2} \right), \quad (1.24)$$

Эти уравнения приводятся к автомодельному виду, если сечение потока и средний заряд измеряются в своих критических значениях  $S_c$  и  $Z_c$ , а длина – в единицах  $S_c / (dS/dz)_c$ . Наиболее естественно этот переход получается для степенной зависимости  $S = S_c (z/z_c)^n$ . Вводя переменные  $\xi = z/z_c$  и  $\mathcal{Z} = \bar{Z}/Z_c$ , получаем

$$\frac{\xi^n d\mathcal{Z}}{n d\xi} = \frac{1}{M^2}, \quad \frac{\xi^n}{n} \left( M - \frac{1}{M} \right) \frac{dM}{d\xi} = \xi^{n-1} - \frac{1}{2\mathcal{Z}} \left( 1 + \frac{1}{M^2} \right), \quad (1.25)$$

Эти уравнения порождают универсальное однопараметрическое семейство решений, которое при соответствующем масштабировании описывает все возможные решения исходной задачи (1.16), (1.17). При этом все параметры исходной задачи, включая и  $Z_c$ , входят только в начальные условия задачи в автомодельных переменных. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим решения уравнений (1.25), отвечающие начальным условиям  $\mathcal{Z} = 1$  и  $M = M_1$  при  $\xi = 1$  для проходящих через критическое сечение траекторий типа 1 и 3, и  $\mathcal{Z} = 1$  и  $M = 1$  при  $\xi = \xi_1$  для траекторий типа 2 и 4 с кризисом в точке  $\xi_1$ . Обозначим такие решения как  $\mathcal{Z}_a(\xi, a)$  и  $M_a(\xi, a)$ , где параметр  $a$  обозначает величину  $M_1$  или  $\xi_1$  в зависимости от того, проходит течение через критическую точку или испытывает кризис. Тогда решение исходной задачи (1.16), (1.17) строится как

$$\bar{Z} = Z_c \mathcal{Z}_a(z/z_c, a), \quad M = M_a(z/z_c, a). \quad (1.26)$$

В этом решении  $z_c$  и  $Z_c$  связаны условием критического градиента (1.18), поэтому остаются два свободных параметра, которые могут быть найдены из исходных (не автомодельных) начальных условий:

$$Z_0 = Z_c \mathcal{Z}_a(\xi_0, a), \quad M_0 = M_a(\xi_0, a), \quad \xi_0 = z_0/z_c. \quad (1.27)$$

Из определения критического градиента (1.18) для степенной зависимости сечения потока от координаты нетрудно получить, что

$$Z_c = \frac{k_i \Gamma}{c_1^2 (dS/dz)_c} = \frac{k_i \Gamma}{c_1^2 (dS/dz)_0} \xi_0^{n-1}, \quad (1.28)$$

где  $(dS/dz)_0$  есть градиент сечения потока в сечении, в котором мы задаем начальные условия. Уравнения (1.27) и (1.28) позволяют найти неизвестные параметры  $Z_c$ ,  $z_c$  и  $a$ , определяющие решения с заданными начальными  $Z_0$  и  $M_0$ .

Классификацию решений, проведенную в окрестности точки звукового перехода (рисунок 1.2а), нетрудно провести и в пространстве начальных условий  $(M_0, Z_0)$ , заданных в некотором сечении  $z_0$ . Пример такого разбиения приведен на рисунке 1.2б. Решения разных типов в этом пространстве разделяются «прообразам» сепаратрис, проходящих через звуковой барьер. Эти границы определяются соотношениями (1.27) и (1.28), в которых параметр  $a$  выбран так, чтобы решения в автомодельных переменных отвечали в точности сепаратрисам, то есть  $M_1 = 1$  и  $\xi_1 = 1$  (нетрудно убедиться, что решения  $M_1 = 1$  и  $\xi_1 = 1$  совпадают). Перебирая все возможные  $Z_c$ , мы построим множество всех начальных условий для решений, проходящих через звуковой порог (положение самого порога при этом также зависит от  $Z_c$ ). Очевидно, что вместо параметра  $Z_c$  в уравнениях (1.27) и (1.28) можно варьировать  $\xi_0$ , в результате получаем

$$Z_c = \frac{k_i \Gamma}{c_1^2 (dS/dz)_0} \xi_0^{n-1} \mathcal{Z}_a(\xi_0), \quad M_0 = M_a(\xi_0), \quad 0 < \xi_0 < \infty. \quad (1.29)$$

В параметрической форме это выражение определяет сепаратрисные кривые в пространстве начальных условий.

Отметим, что переход от одной плоскости начальных условий к другой (то есть изменение  $z_0$ ) приводит только к перемасштабированию оси  $Z_0$ . Это является следствием того факта, что в новых переменных  $X = \ln \xi$  и  $Y = \xi^{n-1} \mathcal{Z}$  уравнения (1.25) сводятся к полностью автономной системе уравнений. Именно это обстоятельство и позволяет использовать фазовую плоскость линеаризованной автономной задачи для классификации решений задачи, вообще говоря, более высокой размерности. В то же время, анализ эквивалентной автономной системы, на наш взгляд, менее нагляден по сравнению с приведенным выше анализом неавтономной, но автомодельной системы балансных уравнений.

### 1.3 Стационарное течение плазмы многозарядных ионов с переходом через звуковой барьер

Наиболее важным для приложений классом решений базовых уравнений (1.6), (1.7) является решение, соответствующее гладкому переходу из дозвукового режима в сверхзвуковой, то есть одно из решений класса 5 по классификации предыдущего раздела. Дело в том, что изначально поток плазмы, как правило, является дозвуковым, а необходимость локализации разряда и фокусировки ЭУФ излучения делают необходимым обеспечение высокого вакуума в камере, где горит разряд. Очевидно, что спадание плотности расширяющейся в вакуум плазмы



обеспечить может только сверхзвуковой режим. Обсуждаемое решение проходит точно через положение равновесия типа седло в точке критического градиента  $z_c$ , определяемой условием (1.12). Уравнения (1.6), (1.7) имеют здесь особенность, а само положение точки  $z_c$ , зависит от динамики предшествующей ионизации. Плюс для моделирования реального разряда не годится приближение одинаковых констант ионизации, использованное нами для установления общих особенностей течения плазмы многозарядных ионов, поскольку для ионов различной кратности эти величины существенно разнятся.

Для постановки задачи о стационарном течении неравновесной многозарядной плазмы с переходом через звуковой барьер удобно переписать уравнения баланса ионизации относительно  $\gamma_j = Sn_j u / \Gamma$  – доли  $j$ -й ионной фракции в общем потоке многозарядной плазмы. Вместо (1.6) в этом случае получаем

$$\frac{d\gamma_j}{dz} = \frac{n_e}{u} (k_{j-1}\gamma_{j-1} - k_j\gamma_j). \quad (1.30)$$

Видим, что связь с уравнением баланса импульса (1.7) теперь осуществляется только за счет множителя  $n_e/u$  в правой части. Если ввести новую переменную так, чтобы ее зависимость от пространственной координаты  $z$  сама определялась функцией  $n_e/u$ , то от связи с уравнением баланса импульса можно избавиться окончательно. Перейдем от координаты  $z$  к вспомогательной переменной  $\tau$ , такой что  $\tau(z)$  является решением дифференциального уравнения

$$\frac{d\tau}{dz} = \frac{n_e}{u} k, \quad \tau(0) = 0, \quad (1.31)$$

где  $k$  – произвольный постоянный коэффициент, имеющий размерность константы ионизации. Уравнения (1.30) при этом примут вид

$$k \frac{d\gamma_j}{d\tau} = k_{j-1}\gamma_{j-1} - k_j\gamma_j. \quad (1.32)$$

В изотермическом приближении это система линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Изначальный ионный состав потока, как правило, известен и определяется используемым источником рабочего вещества, который будем полагать расположенным в точке  $z = 0$ , а значит, в соответствии с (1.31), в точке  $\tau = 0$ . Это позволяет задать граничные условия вида

$$\gamma_j(0) = \gamma_{0j}, \quad j = 0 \dots Z_{\max}, \quad (1.33)$$

и отыскать решение системы для любого заданного набора  $\{k_j\}$ . Сам набор определяется только тем, плазма какого химического элемента должна быть описана.

Полученные уравнения (1.32) никак не зависят от уравнения баланса импульса (1.7), при этом в их решениях содержится вся необходимая для восстановления решения исходной задачи информация о процессе ионизации. Действительно, после того, как для заданного набора констант ионизации  $\{k_j\}$  найдено решение  $\{\gamma_j(\tau)\}$ , локальная скорость звука  $c$  и средний заряд ионов  $\bar{Z}$  становятся известными функциями вспомогательной переменной  $\tau$ :

$$c^2(\tau) = \frac{\bar{Z}(\tau)T_e}{m_i}, \quad \bar{Z} = \sum_{j=1}^{Z_{\max}} Z_j \gamma_j(\tau). \quad (1.34)$$

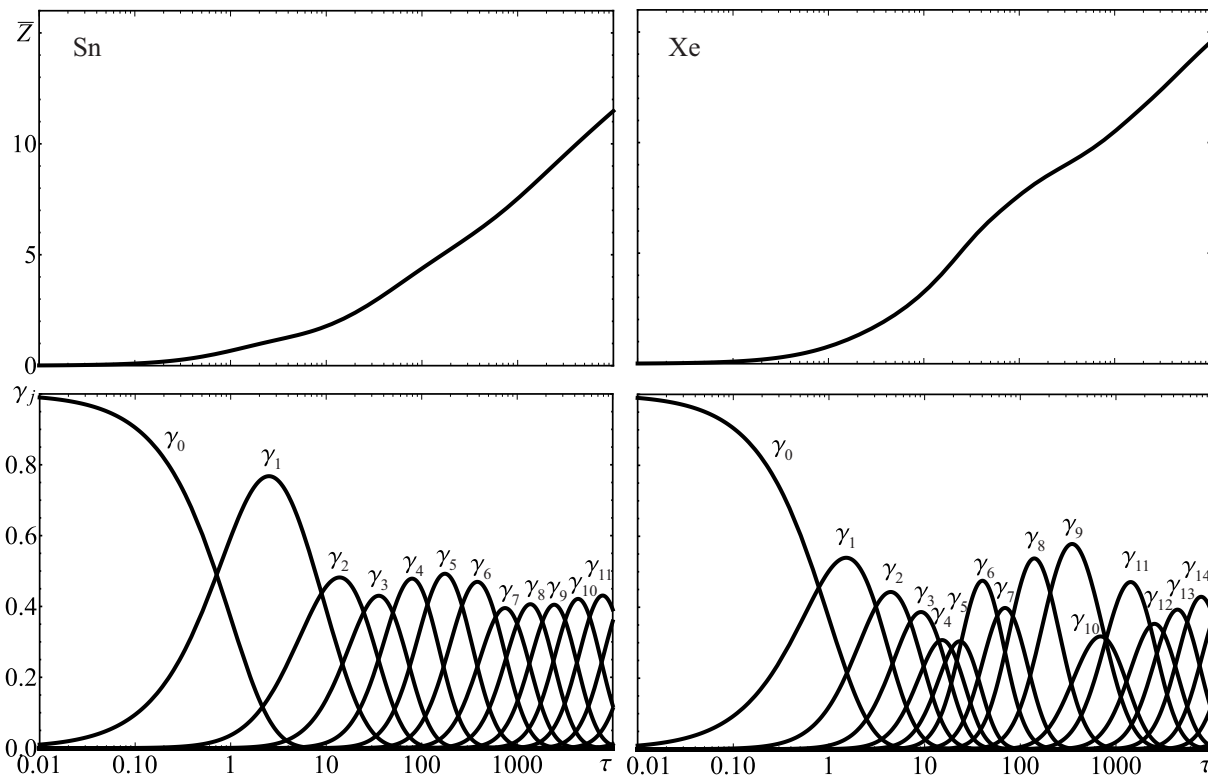


Рис. 1.3. Расчет ионизационного баланса для Sn (слева) и Xe (справа) при  $T_e = 100\text{эВ}$ : зависимость  $\bar{Z}(\tau)$  (верхний график), зависимость  $\{\gamma_j(\tau)\}$  (нижний график). Для нормировки взят  $k_0(T_e)$ .

Таким образом, средняя кратность ионизации  $\bar{Z}$  однозначно определяет значение переменной  $\tau$ , а вместе с ним и распределение ионов по зарядовым состояниям.

На рисунке 1.3 приведены примеры расчета зависимостей  $\bar{Z}(\tau)$  и ионного состава  $\{\gamma_j(\tau)\}$  для Sn и Xe, ионы которых  $\text{Sn}^{7+}\text{--}\text{Sn}^{12+}$  и  $\text{Xe}^{9+}\text{--}\text{Xe}^{11+}$  используются для получения ЭУФ излучения в промышленных диапазонах  $13.5\pm 1\%$  нм и  $11.2\pm 1\%$  нм соответственно. В отсутствие информации о функции распределения электронов по скоростям в разрядах исследуемого типа для поиска констант ионизации моноэнергетические сечения ионизации электронным ударом из [35] для Sn и [36] для Xe усреднены по максвелловской функции распределения. Некоторые попытки получить приближенное аналитическое выражение для  $\bar{Z}(\tau)$  были предприняты в работе [2A], но предложить функцию, с удовлетворительной точностью приближающую  $\bar{Z}(\tau)$  во всем интересующем нас диапазоне вспомогательных переменных  $\tau$  не удастся. Поэтому при моделировании реальных режимов течения многозарядной плазмы (например, представленных в главе II настоящей диссертации), используются  $\bar{Z}(\tau)$  и  $c(\tau)$ , найденные в результате численного решения уравнений (1.32).

Зная функции  $c^2(\tau)$  и  $\bar{Z}(\tau)$ , зависимости от координаты  $z$  можно восстановить из совместной системы уравнений для неизвестных функций  $u(\tau)$  и  $z(\tau)$ :

$$\left(1 - \frac{c^2(\tau)}{u^2}\right) \frac{du}{d\tau} = -\frac{S}{u} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{c^2(\tau)}{S}\right), \quad (1.35)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = \left(\frac{k\Gamma}{Su^2} \bar{Z}(\tau)\right)^{-1}. \quad (1.36)$$

Первое уравнение получается подстановкой известных функций  $c^2(\tau)$  и  $\bar{Z}(\tau)$  в (1.10), второе следует из (1.31) и соотношения  $n_e = \bar{Z}\Gamma/Su$ . Фигурирующая в (1.36) величина общего потока

$\Gamma$  задается источником рабочего вещества.

Таким образом, задачи отыскания баланса частиц и баланса импульса расщепились. Решив последовательно сначала уравнения (1.32), а затем (1.35), (1.36), мы можем найти распределение в пространстве интересующих нас физических величин.

Чтобы замкнуть задачу остается поставить граничные условия для системы (1.35), (1.36). Для этого воспользуемся тем, что искомое решение проходит точно через седловую точку, то есть выполняется соотношение (1.12), которое можно записать относительно вспомогательной переменной  $\tau$ :

$$\frac{d}{d\tau} \left( \frac{c^2(\tau)}{S(z)} \right) = 0. \quad (1.37)$$

Данное соотношение по известному  $S(z)$  позволяет определить, как связаны между собой положение критического градиента  $z_c$  в физическом пространстве и соответствующее ему  $\tau_c$  в пространстве вспомогательной переменной. При этом известно, что в точке критического градиента  $z_c$  поток преодолевает ионно-звуковой барьер, то есть скорость потока равна локальной ионно-звуковой скорости. Положение  $\tau_c$  неизвестно, как и положение  $z_c$ , однако известно положение источника рабочего вещества. Он расположен в точке  $z = 0$  физического пространства и  $\tau = 0$  пространства вспомогательной переменной. Таким образом, граничные условия системы уравнений (1.35), (1.36) записываются в виде

$$u(\tau_c) = c(\tau_c), \quad z(\tau_c) = z_c, \quad z(0) = 0. \quad (1.38)$$

Иными словами, положение критического градиента  $\tau_c$  в пространстве вспомогательной координаты должно быть таким, чтобы источник рабочего вещества оказывался в точке  $z = 0$  физического пространства. Заметим, что отыскание решения (1.35), (1.36), удовлетворяющего граничным условиям (1.38), не является задачей Коши, поэтому существование такого решения не гарантировано. Однако легко видеть, что если некоторое решение  $u(\tau) = u_1(\tau)$ ,  $z(\tau) = z_1(\tau)$ , удовлетворяющее (1.38), существует, то это решение – единственное, поскольку ему соответствует корректная задача Коши с условиями  $u(0) = u_1(0)$ ,  $z(0) = 0$ .

Уравнения (1.32), (1.35), (1.36) совместно с граничными условиями (1.33) и (1.38) образуют замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для моделирования стационарных течений неравновесной плазмы многозарядных ионов. Внешними параметрами при этом остаются температура электронов  $T_e$  и, при наличии, нейтральных атомов  $T_0$ , полный поток рабочего вещества  $\Gamma$ , начальный ионный состав потока  $\{\gamma_{0j}\}$  и закон изменения площади его поперечного сечения  $S(z)$ .

## 1.4 Потери энергии в потоке плазмы многозарядных ионов

Основные каналы потерь энергии можно качественно разделить на два типа: объемные потери  $P_{\text{vol}}$  и конвективные потери  $P_{\text{conv}}$ .

### 1.4.1 Объемные потери

Объемные потери энергии определяются элементарными процессами многократной ионизации и излучения ионов плазменного образования. Излучение плазмы с горячими электронами – это в первую очередь излучение линейчатого спектра ионов [14]. В простейшем случае излученный фотон, не испытывая повторных поглощений, беспрепятственно покидает объем плазменного образования. Такая плазма называется оптически тонкой. Суммарные объемные потери на ионизацию и излучение через возбуждение линий в этом случае можно представить в виде

$$P_{\text{vol}} = P_{\text{ion}} + P_{\text{rad}} = \int_0^\infty S n_e \left\{ \sum_{j=0}^{Z_{\text{max}}-1} n_j k_j E_j + \sum_{j=0}^{Z_{\text{max}}-1} \sum_{h,l} n_j k_{jhl}^* \Delta E_{jhl} \right\} dz. \quad (1.39)$$

Здесь  $E_j$ ,  $k_j$  – энергии и константы ионизации,  $\Delta E_{jhl}$  и  $k_{jhl}^*$  – энергии и константы возбуждения электронным ударом линии, соответствующей нижнему энергетическому состоянию  $l$  и верхнему состоянию  $h$ , внутренняя сумма берется по всем излучательным переходам  $j$ -го иона. Предполагается, что возбуждение ионов происходит из основного состояния, сброс возбуждения также происходит только при переходе в основное состояние, а излучаемый в результате спонтанного перехода фотон беспрепятственно покидает объем разряда. В диссертационной работе используются  $k_{jhl}^*$ , рассчитанные в приближении Бете [37] с фактором Гаунта из работ [38, 39]. Силы осцилляторов переходов рассчитываются при помощи кода Р. Коуэна [40]. Исключение составляют линии ионов Хе с длинами волн близкими к 11 нм (в основном это Хе<sup>10+</sup>). Здесь используются основанные на спектроскопических измерениях данные [16, 41].

В изотермическом приближении приведенное выражение можно упростить, если воспользоваться введенными выше функциями  $\gamma_j(\tau)$  и следующим из (1.6) свойством

$$S k_j n_j n_e dz = - \sum_{s=0}^j d(S n_j u) = -\Gamma \sum_{s=0}^j d\gamma_j \quad (1.40)$$

В результате мощность объемных потерь энергии преобразуются к виду

$$P_{\text{vol}} = \Gamma \sum_{j=0}^{Z_{\text{max}}} \varepsilon_j(T_e) \Delta\gamma_j(\tau_\infty), \quad (1.41)$$

где введены обозначения

$$\varepsilon_j(T_e) = E_j + \sum_{h,l} \frac{k_{jhl}^* \Delta E_{jhl}}{k_j} \quad \Delta\gamma_j(\tau) = \sum_{s=0}^j (\gamma_s(0) - \gamma_s(\tau)). \quad (1.42)$$

Введенная здесь величина  $\varepsilon(T_e)$  есть энергетическая цена иона или атома, рассчитанная с учетом потерь на ионизацию и излучение, а  $\Delta\gamma_j$  есть весовой множитель, учитывающий распределение по зарядовым состояниям вылетающих из разряда ионов. Объемные потери энергии определяются тремя факторами – полным потоком  $\Gamma$ , температурой электронов  $T_e$  и кратностью ионизации вылетающей на бесконечность плазмы.

Эти же результаты полезно получить и из более общего газодинамического соотношения для баланса энергии в квазиодномерном потоке:

$$\frac{d}{dz} \left( S n u \left( \frac{1}{2} m_i u^2 + \frac{5}{2} \bar{Z} T_e \right) - S \chi_e \frac{dT_e}{dz} \right) = S q_{\text{ext}} - S \sum_{j=0}^{Z_{\text{max}}} S k_j n_j n_e. \quad (1.43)$$

Здесь мы отошли от изотермического приближения и учли конечную теплопроводность электронов  $\chi_e$ . Справа стоит плотность вкладываемой в разряд мощности  $q_{\text{ext}}$  и введенных выше потерь. В случае сильной теплопроводности масштаб изменения электронной температуры значительно превышает масштабы изменения потоков массы всех компонент плазмы, кроме, возможно, нейтралов в самом начале разряда. Поэтому потери в правой части уравнения можно записать в дивергентной форме:

$$S \sum_j \varepsilon_j k_j n_j n_e = \sum_j \varepsilon_j \sum_{s=0}^j \frac{d}{dz} (S n_s u) \approx \frac{d}{dz} \left( \sum_j \sum_{s=0}^j \varepsilon_j S n_s u \right). \quad (1.44)$$

В результате для слабо неизотермического случая уравнение баланса энергии переписывается в форме закона сохранения потока энергии  $d\Gamma_E/dz = S q_{\text{ext}}$ , где

$$\Gamma_E = \Gamma \left( \frac{1}{2} m_i u^2 + \frac{5}{2} \bar{Z} T_e + \sum_j \varepsilon_j \sum_{s=0}^j \gamma_s \right) - S \chi_e \frac{dT_e}{dz}. \quad (1.45)$$

Очевидно, что полные потери энергии из стационарного разряда есть разность

$$\Gamma_E(0) - \Gamma_E(\infty) = \int_0^\infty S q_{\text{ext}} dz. \quad (1.46)$$

Слагаемое  $\propto \varepsilon_j$  приводит к выражению (1.41) для объемных потерь энергии, которое было получено выше в изотермическом приближении.

## 1.4.2 Эффект запираания излучения в плотной плазме

В предыдущем подразделе предложен подход к описанию излучения оптически тонкой плазмы. Однако для разряда, излучающего в ЭУФ диапазоне частот и поддерживаемого субтерагерцовым излучением в расходящемся потоке газа, характерны плотности плазмы свыше  $10^{16}$  см<sup>-3</sup> при размерах порядка 100 мкм [5A, 30]. По крайней мере для определенных линий спектра многозарядных ионов такой разряд, напротив, скорее является оптически плотным, то есть излученный фотон последовательно поглощается, затем излучается снова и так происходит либо до тех пор, пока фотон не покинет объем разряда, либо до тех пор пока возбужденный в результате очередного поглощения фотона ион не будет погашен электронным ударом. Данный эффект называется эффектом запираания излучения, и необходимость его учета значительно усложняет физику радиационных потерь. Техника описания выхода ЭУФ излучения из объема плотной многозарядной плазмы разработана нами в исследовании [4A] и представлена в настоящем подразделе.

В общем случае полные потери на излучение записываются как

$$P_{\text{rad}} = \int \left( \sum_j \sum_{h,l} \Delta E_{jhl} A_{jhl} \theta_{jhl} \bar{n}_{jh} \right) dV, \quad (1.47)$$

где  $\bar{n}_{jh}$  – концентрация возбужденных ионов (будем использовать верхнюю и нижнюю черты чтобы различать нижний и верхний уровни энергии, соответственно),  $A_{jhl}$  – частота спонтанного перехода (первый коэффициент Эйнштейна),  $\theta_{jhl}$  – вероятность того, что излученный фотон

покинет объем разряда. В предположении, что частота спонтанно излученного фотона распределена в соответствии с формой линии излучения  $a(\omega)$ , и распределение излучающих ионов в пространстве однородно, определим вероятность  $\theta_{jhl}$  как вероятность того, что рожденный фотон пройдет характерное расстояние  $r_j$  до границы объема, занимаемого излучившими его ионами кратности  $Z_j$ :

$$\theta_{jhl} = \int a(\omega) \exp(-r_j \kappa_{jhl}(\omega)) d\omega, \quad (1.48)$$

где  $\kappa_{jhl}$  – коэффициент поглощения,

$$\kappa_{jhl}(\omega) = \frac{1}{4} (\bar{g}_{jh}/g_{jl}) \lambda_{jhl}^2 A_{jhl} \underline{n}_{jl} a(\omega), \quad (1.49)$$

$\bar{g}_{jh}$  и  $g_{jl}$  – статистические веса соответствующих нижнего и верхнего уровней при переходе  $l \rightarrow h$ ,  $\underline{n}_{jl}$  – концентрация ионов с зарядовым числом  $Z_j$  в невозбужденном состоянии,  $\omega$  – отстройка от центральной частоты линии. Заметим, что вероятность выхода фотона существенно зависит от механизма уширения линии. В нашем случае, форма линии  $a(\omega)$  должна вычисляться как свертка доплеровской и естественно уширенной линий (интеграл Фойгта). В вычислениях ниже используются приближенные соотношения для  $\theta_{jhl}$  как функции  $r_j \kappa_{jhl}(0)$  разработанные Апруцезе для фойгтовских линий [45].

Для описания линейчатого излучения плазмы в условиях возможного перепоглощения излученных фотонов, Биберманом и Холстейном было сформулировано уравнение радиационного переноса возбуждения (уравнение Бибермана-Холстейна) [42–44]. Предложенный ими подход позволяет вычислить радиационные потери в предположении, что каждая линия излучения является уединенной. Для нас это обозначает, что каждый из ионов плазмы необходимо считать простейшей двухуровневой системой с нижним уровнем  $l$  и верхним уровнем  $h$  и не проводить в (1.47) суммирование по этим индексам.

Для отыскания  $\bar{n}_{jh}$  в этом случае используем стационарное уравнение Бибермана-Холстейна для концентрации возбужденных ионов в приближении эффективной продолжительности жизни уровня [44]

$$\frac{d\bar{n}_{jh}}{dt} = \underline{k}_{jlh} n_e \underline{n}_{jl} - (\bar{k}_{jhl} n_e + A_{jhl} \theta_{jhl}) \bar{n}_{jh} = 0, \quad (1.50)$$

где  $\underline{k}_{jlh}$  и  $\bar{k}_{jhl}$  – константы возбуждения и гашения электронным ударом для перехода  $l \rightarrow h$  и  $h \rightarrow l$ , соответственно,  $\underline{n}_{jl}$  и  $\bar{n}_{jh}$  – концентрации невозбужденных и возбужденных ионов. Наиболее сильные линии в спектрах многозарядных ионов (до 10+) благородных газов (Ar, Kr, Xe) принадлежат диапазону 10–70 нм, то есть энергия кванта их излучения составляет 15–100 эВ, что совпадает с диапазоном характерных температур электронов. В этом случае можно считать, что ионы находятся преимущественно в невозбужденном состоянии, поэтому будем полагать  $\underline{n}_{jl} \approx n_j$ . Выражая концентрацию возбужденных ионов из уравнения Бибермана-Холстейна, получаем

$$\bar{n}_{jh} = \frac{\underline{k}_{jlh} n_e}{\bar{k}_{jhl} n_e + A_{jhl} \theta_{jhl}} n_j. \quad (1.51)$$

Частота спонтанных переходов определяется выражением

$$A_{jhl} = \frac{2e^2}{m_e c^3} \left( \frac{\Delta E_{jhl}}{\hbar} \right)^2 \frac{g_{jl}}{\bar{g}_{jh}} f_{jlh}, \quad (1.52)$$

где  $f_{jhl}$  – силы осцилляторов. Константы возбуждения, усредненные по максвелловскому распределению электронов по скоростям, могут быть оценены в приближении Бете для разрешенных переходов [37],

$$\underline{k}_{jhl} = \frac{6e^4}{m_e^2 c^3} \left( \frac{2\pi m_e c^2}{3T_e} \right)^{3/2} \frac{\exp(-\varepsilon_{jhl})}{\varepsilon_{jhl}} \langle G(\varepsilon_{jhl}) \rangle f_{jhl}, \quad (1.53)$$

где  $\langle G(\varepsilon_{jhl}) \rangle$  – усредненный фактор Гаунта, и  $\varepsilon_{jhl} = \Delta E_{jhl}/T_e$ . Из принципа детального равновесия выражаем константы гашения

$$\bar{k}_{jhl} = \underline{k}_{jhl} (g_{jl}/\bar{g}_{jh}) \exp(\varepsilon_{jhl}). \quad (1.54)$$

Используя три предыдущих соотношения, вычисляем количество актов гашения в расчете на один спонтанный переход

$$\beta_{jhl} \equiv \frac{\bar{k}_{jhl} n_e}{A_{jhl}} = 3.7 \cdot 10^{-13} \frac{n_e [\text{cm}^{-3}]}{T_e^{7/2} [\text{eV}]} \frac{\langle G(\varepsilon_{jhl}) \rangle}{\varepsilon_{jhl}^3}. \quad (1.55)$$

Важно заметить, что из всех характеристик линии излучения  $\beta_{jhl}$  зависит только от энергии перехода. При этом энергии переходов, соответствующих линиям целевых ЭУФ диапазонов, довольно высоки ( $\sim 100$  эВ), и в большинстве случаев  $\beta_{jhl}$  для них много меньше единицы.

Таким образом, в результате применения подхода Бибермана-Холстейна мощность излучения записывается как

$$P_{\text{rad}} = \int \left( \sum_j \frac{\theta_{jhl}}{\theta_{jhl} + \beta_{jhl}} \Delta E_{jhl} \underline{k}_{jhl} n_e n_j \right) dV. \quad (1.56)$$

То есть в случае, если излучение может быть представлено в виде набора уединенных линий, мощность объемных потерь по-прежнему определяется выражением (1.39), но с константой возбуждения, определяемой выражением

$$k_{jhl}^* = \frac{\theta_{jhl}}{\theta_{jhl} + \beta_{jhl}} \underline{k}_{jhl}, \quad (1.57)$$

и отсутствием суммирования по уровням энергии  $l$  и  $h$ .

Проблема приведенного выше описания в том, что из-за мультиплетного расщепления уровней, как в невозбужденном, так и в возбужденных состояниях, ион обладает целым набором допустимых энергий (термов тонкой структуры). При этом для одного и того же уровня энергии нижней (невозбужденной) электронной конфигурации иона в силу правил отбора может быть разрешен переход сразу на несколько верхних уровней, соответствующих, вообще говоря, различным возбужденным электронным конфигурациям. Таким образом, уравнение Бибермана-Холстейна (1.50), вообще говоря, не может быть применено для описания радиационного переноса возбуждения в условиях мультиплетного расщепления, поскольку каждый из верхних уровней может пополняться за счет возбуждения нескольких разных линий. С другой стороны, учет тонкой структуры спектральных термов для нас является принципиальным, так как характерный масштаб мультиплетного расщепления сравним с шириной целевого диапазона ЭУФ излучения, и существуют наборы линий, энергии которых различаются только в силу расщепления, но при этом лишь часть из них принадлежит целевому диапазону [16].

Чтобы вычислить  $k_{jhl}^*$  в случае мультиплетного расщепления линий излучения, обобщим подход Бибермана-Холстейна, рассмотрев вместо (1.50) стационарное уравнение баланса населенностей для *некоторого верхнего энергетического уровня* в предположении, что переходы в него возможны с любых уровней невозбужденного состояния иона:

$$\frac{d\bar{n}_{jh}}{dt} = \sum_l (k_{jhl} n_e n_{jl} - (\bar{k}_{jhl} n_e + A_{jhl} \theta_{jhl}) \bar{n}_{jh}) = 0. \quad (1.58)$$

Энергия перехода  $\Delta E_{jhl}$  и энергия свободных электронов сильно превышают разницу в энергиях уровней невозбужденного иона, поэтому для любой пары уровней  $l$  и  $l'$

$$|\Delta E_{jhl} - \Delta E_{jhl'}| \ll \Delta E_{jhl}, \Delta E_{jhl'}, T_e, \quad (1.59)$$

Физически этот факт может быть интерпретирован так: уровни, соответствующие невозбужденному состоянию иона, находятся в контакте с эффективным тепловым резервуаром. Это приводит к тому, что населенности этих уровней будут распределены пропорционально их статистическим весам

$$\underline{n}_{jl} = \alpha_{jl} \underline{n}_j \approx \alpha_{jl} n_j, \quad \alpha_{jl} = \underline{g}_{jl} \left( \sum_{l'} \underline{g}_{jl'} \right)^{-1}. \quad (1.60)$$

где  $\underline{n}_j$  – суммарная концентрация невозбужденных  $j$ -х ионов,  $\underline{n}_j \approx n_j$  в силу уже упомянутого совпадения диапазонов характерных энергий свободных электронов и энергий рассматриваемых переходов. Это позволяет решить уравнение (1.58)

$$\bar{n}_{jh} = \frac{\sum_{l'} \alpha_{jl'} k_{jl'h}}{\sum_{l'} A_{jhl'} (\theta_{jhl'} + \beta_{jhl'})} n_e n_j. \quad (1.61)$$

Подставляя данное решение в выражение (1.47), находим эффективную объемную плотность потерь на излучение в виде

$$\frac{dP_{\text{rad}}}{dV} = \sum_j \sum_{h,l} \frac{\Delta E_{jhl} A_{jhl} \theta_{jhl} \sum_{l'} \alpha_{jl'} k_{jl'h}}{\sum_{l'} A_{jhl'} (\theta_{jhl'} + \beta_{jhl'})} n_e n_j. \quad (1.62)$$

Вычисляя сумму по нижним уровням, в силу соотношений (1.59) принимаем  $\Delta E_{jhl} \approx \Delta E_{jhl'}$  и  $\beta_{jhl} \approx \beta_{jhl'}$ , то есть полагаем обе величины независимыми от  $l$ . Затем, меняя порядок суммирования по  $l$  и  $l'$  в соотношении (1.62), получаем

$$\frac{dP_{\text{rad}}}{dV} = \sum_j \sum_{h,l} \frac{\sum_{l'} A_{jhl'} \theta_{jhl'}}{\sum_{l'} A_{jhl'} (\theta_{jhl'} + \beta_{jhl'})} \alpha_{jhl} \Delta E_{jhl} k_{jhl} n_e n_j. \quad (1.63)$$

Таким образом, в случае определения константы возбуждения как

$$k_{jhl}^* \equiv \alpha_{jhl} \eta_{jh} k_{jhl}, \quad \eta_{jh} = \frac{\sum_{l'} A_{jhl'} \theta_{jhl'}}{\sum_{l'} A_{jhl'} (\theta_{jhl'} + \beta_{jhl'})}, \quad (1.64)$$

усреднение по поперечному сечению  $S$  выражения (1.63), в точности дает соотношение для радиационных потерь из формулы (1.39), что позволяет и дальше использовать его для отыскания мощности потерь, но с  $k_{jhl}^*$  из (1.64).

Параметр  $\eta_{jh}$  имеет простой физический смысл. Для каждого отдельного перехода  $h \rightarrow l$  в соотношении (1.62),  $\eta_{jh}$  представляет собой отношение действительных потерь на излучение к потерям, возможным в том случае, если пренебречь эффектом запираия. Следовательно, если



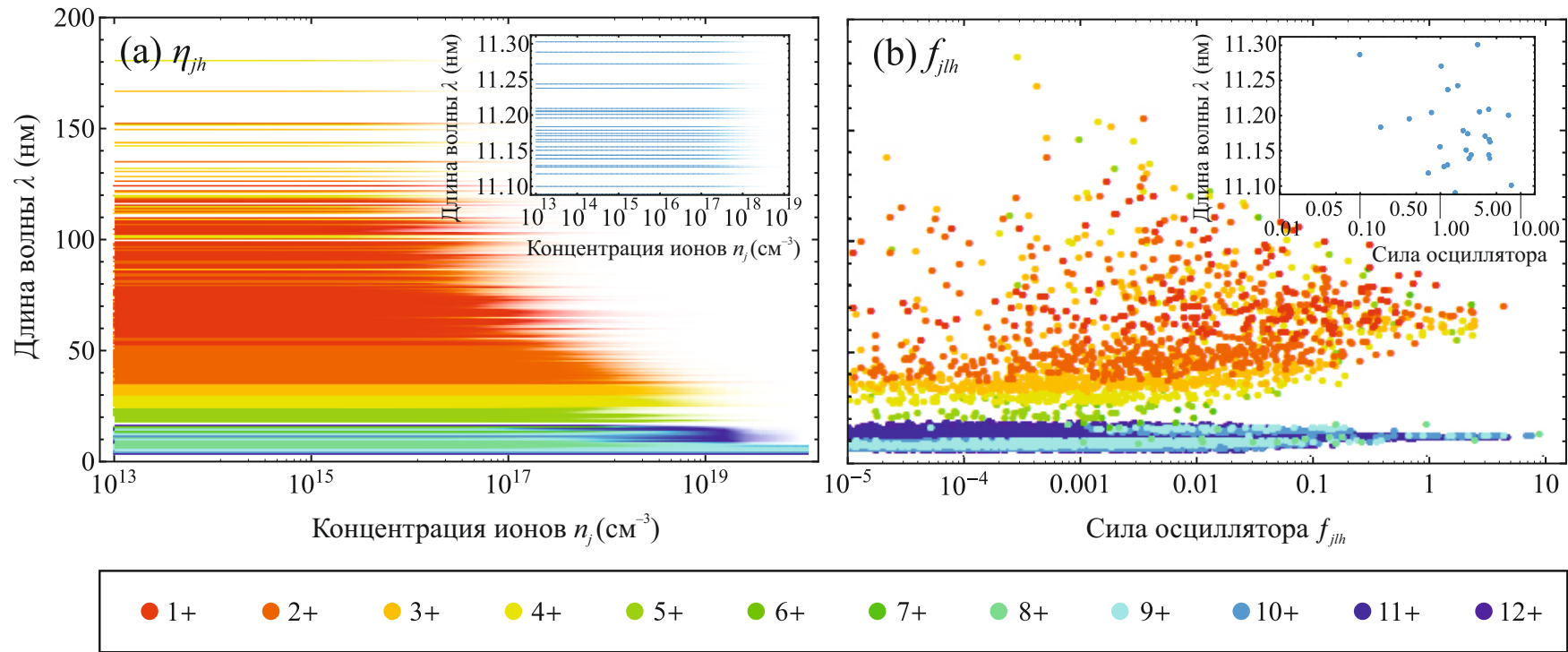


Рис. 1.4. (а) Зависимость параметра запираения  $\eta_{jh}$  от концентрации ионов  $n_j$ : по оси ординат отложена длина волны перехода  $\lambda_{jhl}$ , различным зарядам ионов  $j+$  соответствуют различные цвета, интенсивность линий пропорциональна значению  $\eta_{jh}$ , максимальная интенсивность соответствует пределу оптически тонкой плазмы с  $\eta_{jh} \approx 1$ , а исчезающе слабая интенсивность – запираению линии  $\eta_{jh} \ll 1$ . (б) Силы осцилляторов  $f_{jlh}$ , значение которых отложено по оси абсцисс (по оси ординат по-прежнему длина волны перехода  $\lambda_{jhl}$ ). На вставках более детально показаны характеристики линий  $\text{Xe}^{10+}$  в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм. Параметры вычислений:  $T_e = 50$  эВ,  $n_e = Z_j n_j$ , характерный линейный размер разряда 100 мкм.

плазма для линии является оптически тонкой,  $\beta_{jhl} \ll \theta_{jhl}$ , то параметр запираания  $\eta_{jh} \rightarrow 1$ . В противоположном предельном случае, т. е. если плазма для данной линии является оптически плотной,  $\beta_{jhl} \gg \theta_{jhl}$ , параметр запираания исчезающе мал:  $\eta_{jh} \ll 1$ . Иными словами, этот параметр учитывает эффективное уменьшение объема разряда, дающего вклад в потери вследствие излучения определенной линии; этот объем определяется условием

$$\sum_l A_{jhl} \theta_{jhl}(\mathbf{r}) \gtrsim \sum_l A_{jhl} \beta_{jhl}. \quad (1.65)$$

Заметим, что данное условие не зависит от  $l$ , т. е. переходы соответствующие различным нижним уровням  $l$ , но отвечающие одному и тому же верхнему уровню  $h$ , запираются коллективно.

На рисунке 1.4 приведены результаты вычисления параметра  $\eta_{jh}$  для линейчатого излучения ионов Хе в том числе отдельно для целевого диапазона  $11.2 \pm 1\%$  нм. Для вычислений взят разряд с характерным линейным размером 100 мкм, что соответствует экспериментам по разработке источников ЭУФ излучения на основе разряда в расширяющемся потоке благородных газов [5А, 30]. Видно, что вплоть до концентраций ионов  $\sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$  плазма для линий ЭУФ диапазона остается оптически тонкой. В то же время излучение многих сильных линий, соответствующих меньшей энергии перехода (большей длине волны), эффективно запираются в объеме плазмы, что выгодно с точки зрения КПД источников.

Оптимальная концентрация лежит где-то между  $10^{17}$  и  $10^{18} \text{ см}^{-3}$ , где практически все излучение плазмы обеспечивается линиями ЭУФ диапазона с длиной волны  $\sim 10$  нм (включая целевой диапазон  $11.2 \pm 1\%$  нм). Использование концентраций выше  $10^{18} \text{ см}^{-3}$  нецелесообразно для источников ЭУФ излучения, по крайней мере для разрядов размерами порядка 100 мкм. Аналогичный результат был независимо получен Изавой и др. для излучения диапазона  $13.5 \pm 1\%$  нм получаемого в лазерной плазме олова [46]. В этой связи наше заключение о верхней границе концентрации плазмы по запираанию ЭУФ излучения выглядит довольно общим.

### 1.4.3 Конвективные потери

В случае неограниченного разряда изотермическое приближение приводит к абсурдному выводу для оставшихся (конвективных) потерь, поскольку при таком расширении скорость потока неограниченно растет. Дело в том, что неограниченный разряд превосходит любой сколь угодно большой характерный масштаб  $L_T$  выравнивания температуры электронов за счет конечной теплопроводности, а значит он в принципе не может быть описан в изотермическом приближении.

Однако в лабораторных условиях разряд, как правило, ограничен собирающей плазму стенкой на конечном расстоянии от источника плазмы  $z = z_w \ll L_T$ . В этом случае тепловой поток на плазмодриемник есть

$$P_{\text{conv}} = \Gamma \left( \frac{1}{2} m_i u^2(z_w) + A \bar{Z}(z_w) T_e \right), \quad (1.66)$$

где  $A$  – коэффициент, учитывающий отражение потока электронов от амбиполярного потенциала в двойном слое вблизи стенки. Если распределение электронов по скоростям на протяжении всего расширения плазмы остается изотропным максвелловским, коэффициент  $A$  принимает

вид

$$A = 1 + \ln \sqrt{\frac{T_e}{m_e u^2(z_w)}}, \quad (1.67)$$

и зависимость мощности конвективных потерь от скорости потока в основном сосредоточена в первом слагаемом выражения (1.66). Формально, чем дальше от  $z_c$  будет находиться стенка, тем больше будет доля конвективных потерь в полной мощности (1.39) за счет более существенного ускорения потока. Однако после насыщения ионизации скорость с расширением потока растет логарифмически медленно<sup>1</sup>, то есть, когда стенка расположена в области, где ионизация потока уже вышла на насыщение, ее конкретное положение слабо влияет на величину конвективных потерь.

Если же по каким-то причинам необходимо уйти от рассмотренных выше предположений и описывать плазму, в которой длина свободного пробега электронов превышает характерные пространственные масштабы разряда, например, при описании изначально плотной плазмы на больших коэффициентах расширения, либо для описания расширения изначально разреженной плазмы, необходимо учитывать, что распределение электронов по скоростям будет изменяться. Данное обстоятельство существенно усложняет задачу отыскания не только мощности конвективных потерь, но и всех характеристик плазмы в области расширения, поскольку электроны плазмы уже не могут быть описаны в рамках гидродинамического приближения. Важным частным случаем, когда описание эволюции функции распределения электронов по скоростям действительно необходимо, является задача о расширении неравновесной плазмы за пробкой открытой магнитной ловушки [7A], которой посвящена глава IV настоящей диссертации.

## 1.5 Закон сохранения энергии

В силу закона сохранения энергии для поддержания разряда необходимо сообщить ему мощность  $P$ , равную полной мощности потерь  $P_{\text{loss}}$ ,

$$P_{\text{loss}} = P_{\text{ion}} + P_{\text{rad}} + P_{\text{conv}} = P, \quad (1.68)$$

где мощность объемных потерь на ионизацию  $P_{\text{ion}}$  и излучение  $P_{\text{rad}}$  определяются соотношениями (1.39) с  $k_{jhl}^*$  из (1.64), мощность конвективных потерь  $P_{\text{conv}}$  – соотношениями (1.66) и (1.67). Таким образом, можно представить поглощаемую разрядом мощность микроволнового излучения как функцию внешних параметров модели, перечисленных в разделе 1.2. В первую очередь нас интересует зависимость этой мощности от температуры электронов, поскольку прочие параметры в условиях эксперимента, как правило, известны: температура нейтральных атомов – комнатная, полный поток и ионный состав определяются свойствами источника рабочего вещества, а закон изменения площади поперечного сечения – апертурой этого источника и, если применимо, параметрами удерживающей магнитной конфигурации. Температура электронов  $T_e$ , напротив, трудноизмерима и из эксперимента не известна. Однако, как правило, из эксперимента известны мощность используемого микроволнового излучения, геометрия его ввода,

<sup>1</sup>Положив в уравнении (1.10)  $c \equiv \text{const}$ , получаем асимптотику  $u^2 \propto \ln S$  при больших  $S$ .

характерные плотность и размеры разряда, а значит возможно вычислить значение либо проинтегрировать оценку сообщенной разряду мощности  $P$ . В этом случае, восстанавливая из моделирования функцию  $P(T_e)$  и обращая ее, мы по известным параметрам эксперимента восстанавливаем температуру электронов  $T_e$ , а вместе с ней пространственное распределение остальных характеристик плазмы и ее линейчатого излучения.

Однако функция  $P(T_e)$  может оказываться немонотонной. Причина состоит в том, что с увеличением температуры электронов увеличивается не только заряд ионов, но и средняя направленная скорость плазмы. В силу сохранения полного потока  $\Gamma = \text{const}$  плотность ионов при этом убывает, то есть снижается концентрация источников линейчатого излучения. Как следствие с ростом температуры сначала наблюдается рост потерь на излучение за счет перехода к ионам высокой кратности, имеющим большее количество сильных линий, а затем снижение этих потерь за счет общего уменьшения плотности ионов в разряде. Потери на излучение  $P_{\text{rad}}$  для плазмы тяжелых элементов (Sn, Xe) составляют основную часть мощности объемных потерь  $P_{\text{vol}}$ . Таким образом, зависимость объемных потерь энергии  $P_{\text{vol}}(T_e)$  от температуры электронов является немонотонной и имеет максимум. Однако увеличение температуры  $T_e$  также влечет за собой увеличение конвективных потерь  $P_{\text{conv}}(T_e)$ , и эта зависимость монотонна. При прочих равных условиях в разряде большего размера будут преобладать объемные потери, а в разряде меньшего размера – конвективные. В первом случае  $P(T_e)$  будет повторять монотонность  $P_{\text{rad}}(T_e)$ , то есть будет иметь максимум, а во втором –  $P_{\text{conv}}(T_e)$ , то есть будет монотонно возрастающей.

В качестве иллюстрации рассмотрим два примера: на рисунке 1.5 изображены характеристики протяженного разряда (20 см), аналогичного используемому в экспериментах по поддержанию ЭУФ излучающей плазмы в открытой магнитной ловушке, а на рисунке 1.6 – компактного разряда (100 мкм) в расширяющемся потоке газа. В обоих случаях в качестве рабочего вещества будем использовать ксенон. Параметры разрядов подобраны так, чтобы их полные мощности потерь были сравнимы. Однако первый разряд имеет значительно больший объем и характеризуется при этом меньшим потоком частиц. Видно, что в таком разряде доминируют объемные потери на излучение  $P_{\text{rad}}$ , из-за чего зависимость  $P(T_e)$  вслед за  $P_{\text{rad}}(T_e)$  является немонотонной. Значение  $P$  в максимуме и соответствующая температура электронов на рисунке отмечены тонкими красными линиями. В случае компактного разряда зависимость  $P_{\text{rad}}(T_e)$  также немонотонна, однако это не влияет на монотонность  $P(T_e)$  – она определяется конвективными потерями  $P_{\text{conv}}(T_e)$ .

Формально немонотонность функции  $P(T_e)$  приводит к возникновению неоднозначности при определении температуры в условиях фиксированной мощности. Однако если с ростом температуры мощность, необходимая для поддержания разряда, убывает, то такой разряд является неустойчивым по балансу энергии – нагрев приводит к уменьшению потерь и ничем не ограничен в условиях фиксированного энергозатрата. Таким образом, при отыскании  $T_e$  необходимо использовать значения, соответствующие возрастающему участку функции  $P(T_e)$ .

Предложенная теория также позволяет восстанавливать пространственное распределение объемных потерь и, в том числе, делать это дифференцированно – для конкретных ионов или

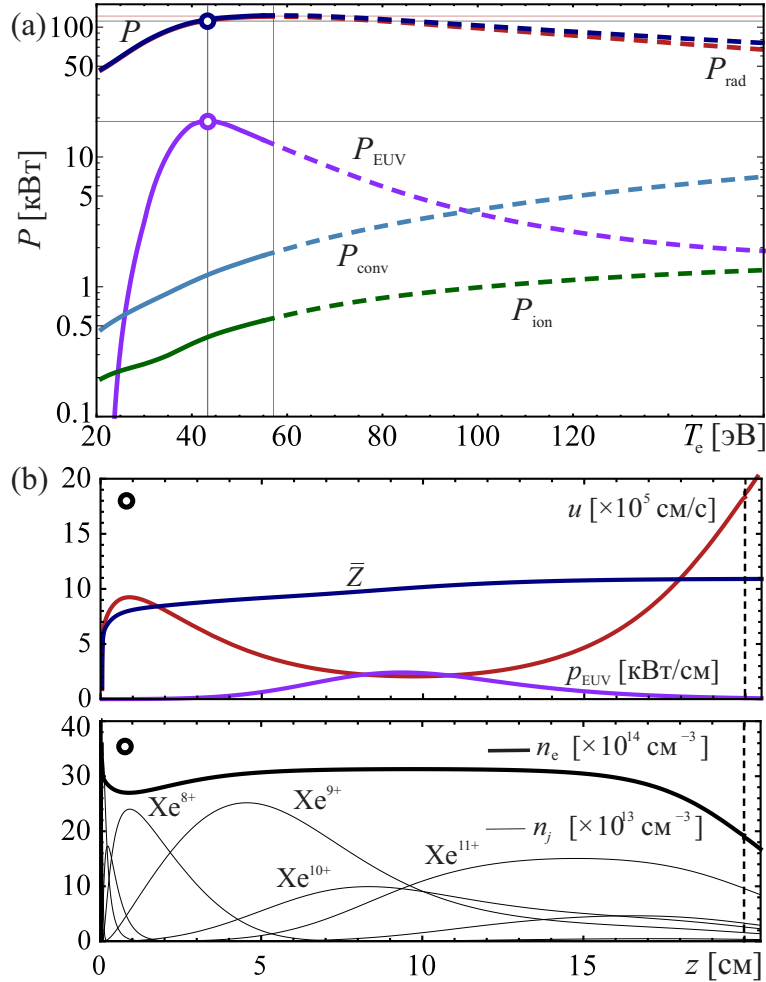


Рис. 1.5. (а) Мощность  $P$ , необходимая для поддержания разряда, мощности потерь на излучение  $P_{\text{rad}}$  и ионизацию  $P_{\text{ion}}$ , мощность конвективных потерь  $P_{\text{conv}}$  и мощность ЭУФ излучения  $P_{\text{EUV}}$  в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм как функции температуры электронов  $T_e$ . Тонкие красные линии показывают границу области устойчивости (вертикаль) и соответствующее значение мощности  $P$  (горизонталь). Штриховыми линиями показаны значения характеристик вне области устойчивости. Тонкие черные линии показывают максимальное значение  $P_{\text{EUV}}$  и соответствующие ему значения  $T_e$  и  $P$ . Параметры модели:  $\Gamma = 2.5 \times 10^{18}$  см $^{-3}$ ,  $\gamma_1(0) = 1$ ,  $\gamma_{j \neq 1} = 0$ ,  $S(z) = S_{\text{min}} \left( (z/r)^{-3/2} + (z/r - L/r)^{-3/2} \right)^{-1}$ ,  $S_{\text{min}} = \pi d^2/4$ ,  $d = 1$  мм,  $L = 20$  см,  $r = 5.2$  см. (б) Скорость потока  $u$ , средний заряд  $\bar{Z}$ , линейная плотность мощности  $p_{\text{EUV}}$  излучения в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм, концентрации ионов  $n_j$  и электронов  $n_e$ . Черной штриховой линией показана координата  $z_c$  перехода потока через звуковой барьер. Моделирование выполнено для  $P = 114$  кВт. Прочие параметры модели те же, что и для (а). Температура электронов составляет  $T_e = 43$  эВ, мощность ЭУФ излучения  $P_{\text{EUV}} = 19$  кВт.

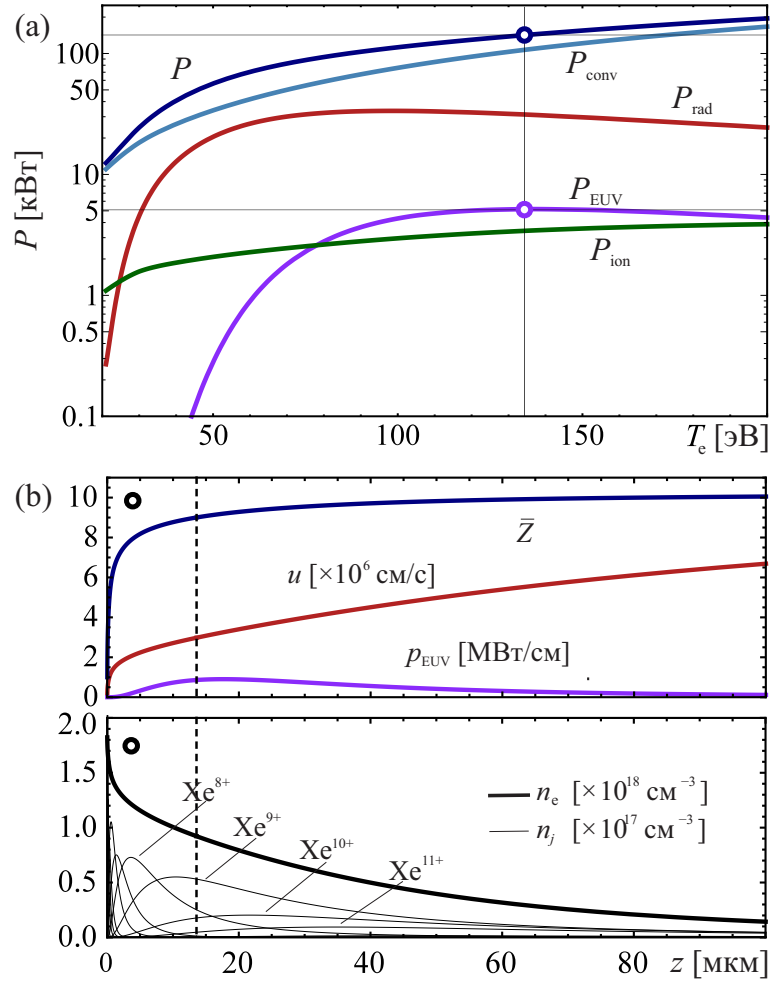


Рис. 1.6. То же, что и 1.5, но для параметров модели:  $\Gamma = 2.5 \times 10^{19}$  см $^{-3}$ ,  $\gamma_1(0) = 1$ ,  $\gamma_{j \neq 1} = 0$ ,  $S(z) = S_{\text{min}} + \Omega z^2$ ,  $S_{\text{min}} = \pi d^2/4$ ,  $d = 100$  мкм,  $\Omega = 1.8$ . Моделирование (b) выполнено для  $P = 142$  кВт. Температура электронов составляет  $T_e = 135$  эВ, мощность ЭУФ излучения  $P_{\text{EUV}} = 5$  кВт.

линий их спектров. Для этого будем использовать линейные плотности мощности ионизации и излучения

$$p_{\text{ion}} = S n_e \sum_j n_j k_j E_j, \quad (1.69)$$

$$p_{\text{rad}} = S n_e \sum_j \sum_{h,l} n_j k_{jhl}^* \Delta E_{jhl}. \quad (1.70)$$

Суммирование здесь ведется по ионным фракциям и линиям излучения, характеристики которых по тем или иным причинам представляют интерес для анализа, например,  $p_{\text{EUV}}$  для излучения в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм (суммирование в выражении (1.70) ведется по линиям, принадлежащим  $11.2 \pm 1\%$  нм). Полную мощность  $P_{\text{EUV}}$  излучения в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм можно найти, интегрируя  $p_{\text{EUV}}$  по длине разряда

В итоге, задача о пространственном распределении характеристик потока неравновесной многозарядной плазмы оказывается поставленной в полностью замкнутой формулировке: скорость потока, концентрации многозарядных ионов и температура электронов находятся из уравнений (1.32), (1.35) и (1.36) с граничными условиями (1.33), (1.38) и закона сохранения энергии (1.68). Внешними параметрами при этом являются мощность  $P$ , поток  $\Gamma$ , начальный ионный состав  $\{\gamma_j\}$  и зависимость площади поперечного сечения потока от координаты  $S(z)$ . Для иллюстрации на рисунках 1.5(b) и 1.6(b) приведен результат расчета  $n_j$  и  $u$ , а также производных характеристик – среднего заряда  $\bar{Z}$ , плотности электронов  $n_e$  и линейной плотности мощности ЭУФ излучения  $p_{\text{EUV}}$  – при некоторой мощности  $P$ .

В условиях существенного резонансного усиления микроволнового излучения возможна более сложная ситуация, когда напряженность высокочастотного электрического поля внутри плазмы вырастает настолько, что вызываемая им пондеромоторная сила влияет на газодинамические характеристики плазменного потока. В то же время их перераспределение само влияет на поле внутри плазмы. В этом случае необходимо ставить задачу таким образом, чтобы характеристики плазмы и электромагнитного поля внутри нее могли быть найдены самосогласованно [6A]. Разработке соответствующей теории посвящена глава III настоящей диссертации.

В конце нужно сделать еще одно небольшое замечание. В наших примерах мощности  $P$ , при которых произведены расчеты режимов течения плазмы 1.5(b) и 1.6(b), подобраны таким образом, чтобы обеспечить максимальную мощность излучения в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм. Однако положение максимума функции  $P_{\text{EUV}}(T_e)$  определяется не только описанным выше балансом между ростом среднего заряда и снижением средней концентрации ионов с ростом  $T_e$ . Его положение существенно зависит также от набора линий, попадающих в выделенный диапазон и их распределения по ионным фракциям. Таким образом взаимное расположение максимумов  $P_{\text{EUV}}(T_e)$  и  $P_{\text{rad}}(T_e)$ , вообще говоря, произвольно. Поэтому вполне может оказаться, что максимум  $P_{\text{EUV}}(T_e)$  для иного сочетания параметров находится вне области устойчивости разряда. Такая ситуация реализуется, например, для протяженного разряда в олове и полосы  $13.5 \pm 1\%$  нм [3A]. Данный разряд подробно рассмотрен в разделе 2.1 следующей главы.

## 1.6 Применимость изотермического приближения

Теория, приведенная в настоящей главе, в значительной мере опирается на предположение об однородности электронной температуры. Рассмотрим подробнее условия применимости изотермического приближения.

Эффект запираания излучения при его распространении в плотной плазме лишь уменьшает потери энергии разрядом. Следовательно, характерная длина  $L_T$  выравнивания температуры электронов за счет теплопроводности из-за этого может только увеличиваться. Нас же интересует оценка нижней границы этой характерной длины. Поэтому в оценках настоящего раздела будем пользоваться энергетическими характеристиками в приближении оптически тонкой плазмы.

Для оценки масштаба изменения температуры  $L_T$  будем считать, что энергия вкладывается в локализованной области разряда при  $z > z_c$ . Поэтому в окрестности критического сечения перед областью резонансного энерговклада соотношение (1.46) принимает вид

$$\Gamma_E(0) - \Gamma_E(z_c) = 0, \quad (1.71)$$

Подставим в это соотношение выражения для потоков (1.45), где будем полагать  $dT_e/dz \approx T_e/L_T$ . Также воспользуемся тем, что, как правило,  $\bar{Z}(0) \ll Z_c$ . В результате получим приближенное соотношение

$$L_T \approx \frac{\chi_e T_e}{n_c c} \left( 3Z_c T_e + \sum_j \varepsilon_j \sum_{s=0}^j \Delta\gamma_s(\tau_c) \right)^{-1}, \quad (1.72)$$

где  $\chi_e = aT_e^{5/2}m_e^{-1/2}$  есть коэффициент электронной теплопроводности в полностью ионизированной плазме. Коэффициент  $a$  зависит от температуры и концентрации электронов слабо, так как зависимость определяется кулоновским логарифмом. Пренебрегая этой зависимостью, окончательно запишем

$$L_T n_c \approx a \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \frac{T_e^3}{\sqrt{Z_c}} \left( 3Z_c T_e + \sum_j \varepsilon_j \sum_{s=0}^j \Delta\gamma_s(\tau_c) \right)^{-1}. \quad (1.73)$$

Справа стоит функция только температуры электронов и среднего заряда ионов в критическом сечении. В выражение вошло большое число  $\sqrt{m_i/m_e}$  (для Sn и Xe около 500), которое формально и обеспечивает применимость изотермического приближения в широком диапазоне параметров.

Функция  $L_T n_c$  изображена на рисунке 1.7. Видно, что при необходимом для излучения в ЭУФ диапазоне  $Z_c \sim 10$  характерная длина теплопроводности составляет примерно  $(10^{16}/n_c[\text{см}^{-3}])$  см как в случае с Sn так и с Xe. Масштабы разряда при работе с Sn в магнитных ловушках  $\sim 20$  см, а значит применимость изотермического приближения гарантирована при плотностях электронов до  $\sim 10^{15}$  см $^{-3}$ . Характерные масштабы разрядов при пробое свободно расширяющегося Хе меньше или порядка 100 мкм и изотермическим приближением можно пользоваться вплоть до  $n_e \sim 10^{19}$  см $^{-3}$ .



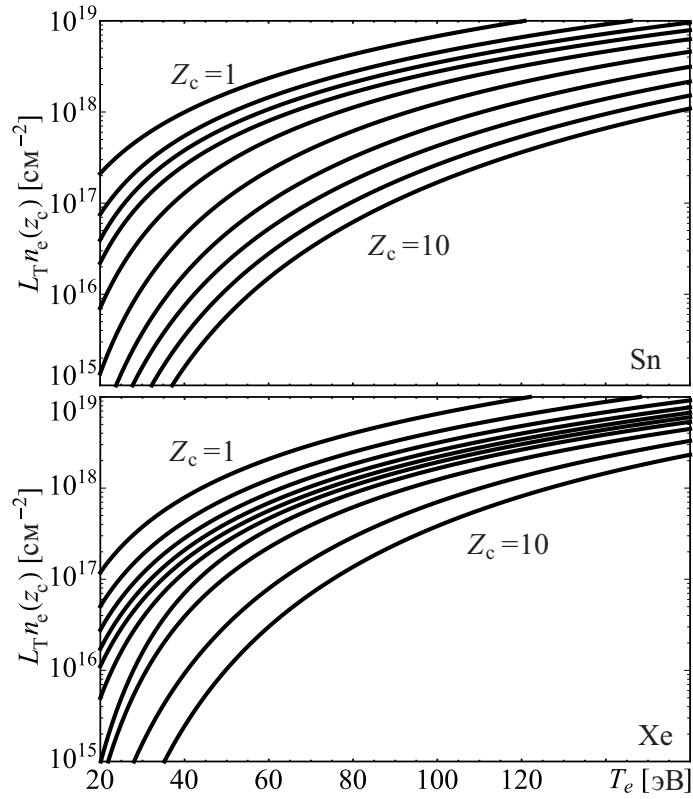


Рис. 1.7. Функция  $L_T n_c$  согласно выражению (1.73) для Sn (сверху) и Xe (снизу).

## 1.7 Перезарядка ионов на нейтральных атомах

Как тройная, так и излучательная рекомбинация ионов порождаемых в результате последовательной ионизации электронным ударом в условиях рассматриваемых разрядов подавлены вследствие высокой средней энергии электронов [1]. Однако для микроволновых разрядов с многозарядными ионами наибольшую опасность с точки зрения потери среднего заряда несет, как правило, не рекомбинация, а перезарядка многозарядных ионов на нейтральных атомах [47]. При этом заметное влияние на ионный состав плазмы она может оказывать даже при плотностях нейтральных атомов, малых по сравнению с плотностью ионов. Например, если воспользоваться полуэмпирической формулой Зальцборна–Мюллера (см. формулу (2) работы [48]) для сечения перезарядки многозарядных ионов на нейтральном атоме, то можно оценить, что в разряде, приводимом на рисунке 1.6 и характеризуемом средней концентрацией ионов  $4 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$  уже при поддержании фоновой концентрации нейтральных атомов на уровне  $10^8 \text{ см}^{-3}$  возмущение среднего заряда составит порядка 20% по сравнению со случаем полного их отсутствия. Соответствующие распределения ионов по кратностям ионизации представлены на рисунке 1.8.

Тем не менее для интересующих нас разрядов процессы перезарядки не играют существенной роли. Происходит это потому, что даже в присутствии постоянного источника нейтральных атомов, например, из разрядной камеры вследствие недостаточной мощности откачки, эти атомы ионизируются на периферии разряда и не проникают внутрь плазменного образования. В обзоре [47] автор называет такой режим функционирования источника многозарядных ионов режимом «выгорания» нейтральных частиц и предлагает простую оценку области параметров для его реализации.

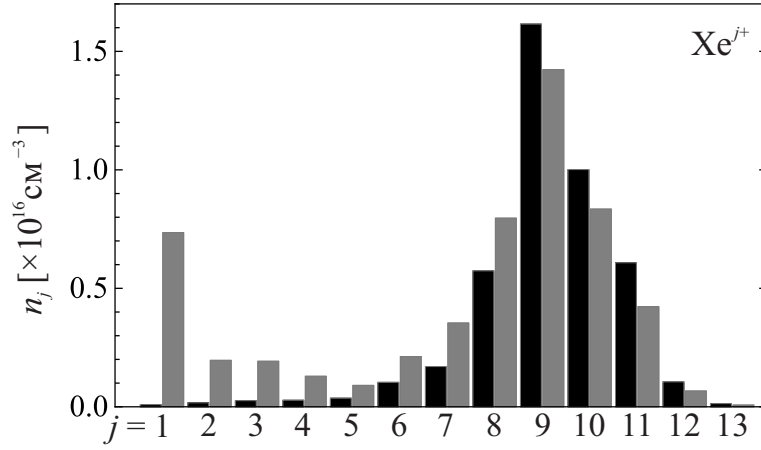


Рис. 1.8. Средние концентрации многозарядных ионов ксенона в разряде, изображенном на рисунке 1.6 (черные столбцы), и их возмущение вследствие перезарядки многозарядных ионов на нейтральных атомах при наличии малой фоновой концентрации нейтрального ксенона  $10^8 \text{ см}^{-3}$  (серые столбцы).

Оценка основана на сравнении длины ионизации нейтрального атома  $l_i = T_0^{1/2} m_i^{-1/2} k_{i0}^{-1} n_e^{-1}$  с характерным размером разряда: если этот размер много больше, то процессы перезарядки не могут влиять на ионный состав плазмы, так как нейтральных атомов в ней практически нет. Константы ионизации для нейтральных Sn и Xe в диапазоне температур электронов 50–100 эВ, характерном для рассматриваемых разрядов, изменяются не более чем в два раза, и для оценки по порядку величины можно взять  $k_{i0} \approx 1.5 \times 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$  для Sn и  $k_{i0} \approx 2 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$  для Xe. В качестве характерного размера для потока плазмы Sn в магнитной ловушке следует брать наименьший, то есть поперечный его размер, который в экспериментах [29] составлял порядка 1 мм. Длина ионизации  $l_i$  при характерной для этих экспериментов плотности плазмы  $10^{13} \text{ см}^{-3}$  и комнатной температуре нейтрального газа  $T_0 \approx 0.03 \text{ эВ}$  составляет порядка 10 мкм. Все линейные размеры разрядов, характерные для пробоя свободно расширяющегося Xe, составляют порядка 100 мкм. Плотность плазмы в соответствующих экспериментах [5A, 30] составляет порядка  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ , что соответствует длине ионизации  $l_i$  порядка 100 нм. В соответствии с произведенными оценками для обеих рассматриваемых концепций разрабатываемый источник ЭУФ излучения работает в режиме выгорания. Обсуждаемые в следующей главе варианты оптимизации экспериментов не предполагают снижения плотности плазмы и существенного изменения ее характерных размеров, а значит также могут быть описаны в приближении отсутствия перезарядки ионов на нейтральных атомах.

## 1.8 Заключение к главе I

В настоящей главе сформулирована система уравнений стационарного квазиодномерного течения неоднородной неравновесной плазмы многозарядных ионов. Задача о течении многозарядной плазмы с изменяющимся поперечным сечением вначале рассмотрена качественно: определено условие перехода скорости потока через скорость звука, установлен факт смещения точки звукового перехода из экстремума поперечного сечения в условиях многократной ионизации, на основе анализа упрощенной системы уравнений произведена классификация возможных режи-

мов течения согласно его поведению в окрестности звукового барьера.

Результаты качественного рассмотрения позволили математически корректно поставить задачу о наиболее важном с практических позиций течении неравновесной многозарядной плазмы, когда изначально дозвуковой поток, ускоряясь, расширяется в вакуум. Сформулированный в настоящей главе подход позволяет работать с плазмой атомарных ионов любого химического элемента, в частности, с плазмой Sn и Xe, используемой в экспериментах по разработке источника ЭУФ излучения.

## Глава II

# Плазма многозарядных ионов как источник ЭУФ излучения

В настоящей главе в фокусе внимания две концепции источника ЭУФ излучения: на основе микроволнового разряда в потоке олове ( $\text{Sn}$ ), поддерживаемого в открытой магнитной ловушке [24], и на основе субтерагерцового разряда в потоке ксенона ( $\text{Xe}$ ), свободно расширяющегося в вакуум [25].

В обоих случаях речь идет о сильнонеравновесной плазме резонансного разряда с характерными температурами электронов 40–100 эВ [29, 30]. Поддержание разряда осуществляется излучением современных гиротронов микроволнового и субтерагерцового диапазонов частот. Импульс излучения может быть очень длительным – вплоть до режима стационарной генерации. При этом наибольшее из характерных времен описываемых процессов – характерное время пролета частицей объема разряда – можно оценить как  $l/c$ , где  $l$  – характерный пространственный масштаб разряда, а  $c$  – скорость ионного звука. Для экспериментов первого типа такая оценка даст 14 мкс при  $T_e = 50$  эВ,  $\bar{Z} = 5$  и  $l = 20$  см. Аналогичная оценка для экспериментов второго типа вследствие еще меньшей протяженности разряда  $l = 100$  мкм даст 7 нс. Эти времена много меньше даже длительности импульсов гиротронов, использовавшихся в пионерских экспериментах [29, 30]: 150 мкс и 20 мкс, соответственно. То есть в обоих случаях разряд является стационарным.

Таким образом, оба разряда могут быть описаны в рамках предложенной в первой главе теории стационарного квазиодномерного течения неоднородной неравновесной плазмы многозарядных ионов. Ниже в двух разделах, посвященных каждой из концепций в отдельности, на основе моделирования установлены характерные режимы горения разряда, характеристики плазмы многозарядных ионов и ее излучения. Результаты моделирования сопоставляются с доступными экспериментальными данными и используются для поиска оптимальных режимов генерации ЭУФ излучения.

## 2.1 ЭУФ излучение плазмы олова в открытой магнитной ловушке

### 2.1.1 Концепция источника ЭУФ излучения

Принципиальная схема источника изображена на рисунке 2.1. В откачиваемом объеме расположена открытая магнитная ловушка (пробкотрон). Поток плазмы создается вакуумно-дуговой плазменной пушкой, расположенной в максимуме внешнего магнитного поля (магнитной пробке). Генерируемый поток плазмы распространяется вдоль оси ловушки, и, покидая ее, поглощается собирающей плазму стенкой, находящейся за второй магнитной пробкой. При помощи микроволнового излучения производится дополнительный нагрев электронов плазмы, что приводит к существенному увеличению их температуры и, как следствие, увеличению эффективности процессов ионизации и возбуждения ионов электронным ударом. Излучение возбужденных ионов покидает объем плазмы, попадая в фокусирующую систему из многослойных зеркал для дальнейшего использования.

### 2.1.2 Модель

Для моделирования разряда будем использовать теорию, развитую в предыдущей главе. Здесь еще раз кратко остановимся на основных моментах. Используем уравнения (1.32), (1.35)

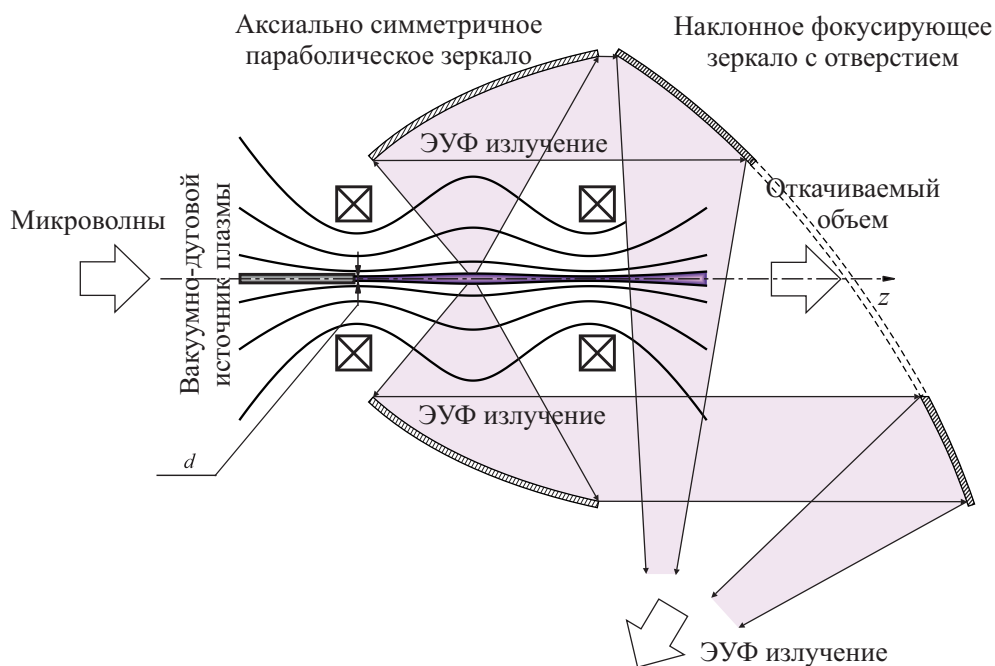


Рис. 2.1. Схема источника ЭУФ излучения.

и (1.36) с граничными условиями (1.33) и (1.38):

$$k \frac{d\gamma_j}{d\tau} = k_{j-1}\gamma_{j-1} - k_j\gamma_j, \quad (2.1)$$

$$\left(1 - \frac{c^2(\tau)}{u^2}\right) \frac{du}{d\tau} = -\frac{S}{u} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{c^2(\tau)}{S}\right), \quad (2.2)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = \left(\frac{k\Gamma}{Su^2} \bar{Z}(\tau)\right)^{-1}, \quad (2.3)$$

$$\gamma_j(0) = \gamma_{0j}, \quad j = 0 \dots Z_{\max}, \quad (2.4)$$

$$u(\tau_c) = c(\tau_c), \quad z(\tau_c) = z_c, \quad z(0) = 0, \quad (2.5)$$

где  $z$  – координата вдоль оси ловушки,  $c^2(\tau) = \bar{Z}(\tau)T_e = T_e \sum_{j=1}^{Z_{\max}} Z_j \gamma_j$  – зависимость квадрата скорости звука от вспомогательной переменной. Находя  $\{\gamma_j(\tau)\}$ ,  $u(\tau)$  и  $z(\tau)$ , получаем характеристики разряда, заданные параметрически, в первую очередь, скорость потока  $u$  и концентрации ионных фракций  $n_j = \Gamma \gamma_j$ . Зависимость характеристик от координаты  $z$  вдоль потока восстанавливаем, обращая  $z(\tau) \rightarrow \tau(z)$ . Определив из решения приведенной системы уравнений профили концентраций ионных фракций при некоторой температуре электронов  $T_e$ , мы можем воспользоваться выражением (1.70), проводя суммирование по линиям выделенного диапазона длин волн, получая тем самым линейную плотность мощности излучения в конкретной полосе. Выбирая полосу  $13.5 \pm 1\%$  нм, вычисляем ключевые для нашего исследования характеристики разряда: плотность мощности  $p_{\text{EUV}}$  целевого ЭУФ излучения, а после интегрирования по длине разряда – полную мощность целевого ЭУФ излучения  $P_{\text{EUV}}$  и КПД источника  $C = P_{\text{EUV}}/P$ , где  $P$  – сообщаемая разряду мощность.

Чтобы решать приведенную систему уравнений, задаем следующие внешние параметры: профиль поперечного сечения трубки тока  $S(z)$ , начальный ионный состав потока плазмы  $\{\gamma_j(0)\}$ , полный поток ионов  $\Gamma$  и мощность  $P$ , сообщаемую разряду. Технически при моделировании в качестве параметра мы будем использовать температуру электронов  $T_e$ , подбирая ее так, чтобы полная мощность потерь соответствовала  $P$  в силу закона сохранения энергии (1.68). То есть, наряду с профилями концентраций ионных фракций и скоростью потока, температура электронов в рамках модели является определяемой величиной, а не внешним параметром. Формально в вычислениях  $P(T_e)$  используется положение собирающей плазму стенки  $z_w$ . Однако основная ионизация потока происходит внутри ловушки, и в этом случае, как уже отмечалось в подразделе 1.4.3, конкретное значение  $z_w$  слабо влияет на величину потерь. Более того, согласно выводам раздела 1.5, в протяженном разряде конвективные потери не являются доминирующими. В источниках рассматриваемого типа предполагается размещение стенки на расстоянии нескольких миллиметров от магнитной пробки [24, 29]. Поэтому в расчетах будем полагать  $z_w \approx z_c$ .

Полный поток  $\Gamma$  и начальный ионный состав  $\{\gamma_j(0)\}$  определяются используемой плазменной пушкой. В нашем исследовании мы остановимся на вакуумно-дуговых источниках типа MEVVA [12]. Полный поток  $\Gamma$  в этом случае будет пропорционален току дуги  $I_a$ . Для установления коэффициента пропорциональности используется калибровка на данных эксперимента [29]. Для устройств типа MEVVA начальное распределение ионов по зарядовым состояниям слабо зависит как от окружающей плазмы, так и от тока дуги, поэтому для задания исходного ионно-

го состава потока мы также воспользуемся данными эксперимента [29], в котором он измерялся времяпролетным анализатором. Согласно этим измерениям примем

$$\gamma_1(0) = 0.33, \quad \gamma_2(0) = 0.57, \quad \gamma_3(0) = 0.1. \quad (2.6)$$

Доля остальных фракций пренебрежимо мала, и значения соответствующих потоков будут приняты равными нулю  $\gamma_{j \neq 1,2,3}(0) = 0$ . Зная распределение потока по ионным фракциям мы можем связать полный поток  $\Gamma$  и ток ионного пучка  $I_b$  в отсутствие микроволнового нагрева

$$\frac{I_b}{\Gamma} = e \sum_{j=1}^{Z_{\max}} Z_j \gamma_j(0). \quad (2.7)$$

При работе с вакуумно-дуговыми источниками обычно оперируют токовыми характеристиками, поэтому для удобства сопоставлений вместо  $\Gamma$  мы будем пользоваться параметром  $I_b$ .

При рассмотрении потока плазмы, распространяющегося в приосевой области магнитной ловушки, силу, действующую на компоненты плазмы со стороны внешнего магнитного поля можно приближенно учесть, рассматривая поток как течение сплошной среды вдоль трубки переменного поперечного сечения  $S(z)$ , восстанавливаемого из закона сохранения магнитного потока  $\int B dS = \text{const}$  для любой фиксированной магнитной конфигурации, то есть

$$S(z) = S_{\min} B_{\max} / B(z), \quad (2.8)$$

где  $B(z)$  – значение индукции магнитного поля на оси ловушки  $z$ ,  $B_{\max}$  – максимальное значение индукции магнитного поля,  $S_{\min} = \pi d^2 / 4$  – площадь поперечного сечения потока в максимуме магнитного поля, значение которой определяется апертурой источника плазмы. В моделировании (исключая один пример) будем использовать конфигурацию, аналогичную используемой в эксперименте [29], характеризуемую пробочным отношением  $R = 3.7$  и расстоянием между пробками  $L = 26$  см.

В настоящем разделе будет рассмотрена возможность поддержания разряда в олове микроволновым излучением широкого спектра гиротронов, разработанных к моменту написания диссертации. Значения сообщаемой разряду мощности  $P$  будут выбираться в соответствии с мощностью конкретных приборов.

### 2.1.3 Сравнение с экспериментальными данными

В эксперименте [29] наблюдались два режима горения разряда, которые различаются уровнем ЭУФ излучения в целевом диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм, 4 Вт против 50 Вт. Авторами [29] они названы «нерезонансным» и «резонансным», соответственно. На рисунках 2.2 и 2.3 результаты моделирования сравниваются с имеющимися экспериментальными данными по каждому из режимов. Соответствующие параметры перечислены в подписи к рисункам.

Для «нерезонансного» режима в экспериментах с помощью времяпролетного анализатора, помещенного за магнитной пробкой, измерены распределения зарядовых состояний ионов, вылетающих из ловушки. Сопоставление результатов моделирования с этими данными и измеренной мощностью ЭУФ излучения позволяет определить температуру электронов  $T_e$  и откалибровать

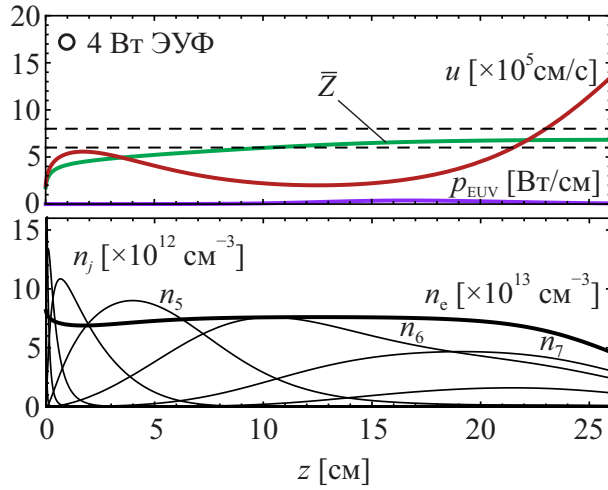


Рис. 2.2. Моделирование разряда в условиях экспериментов [29]: изменение вдоль оси ловушки скорости потока  $u$  (красная кривая, верхний график), среднего заряда ионов  $\bar{Z}$  (зеленая кривая), линейной плотности мощности  $p_{\text{EUV}} = n_e \sum_{j=0}^{Z_{\text{max}}-1} \sum_{h,l} n_j k_{jth}^* \Delta E_{jhl}$  излучения в диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм (фиолетовая кривая, внутренняя сумма – по линиям диапазона), концентрация электронов  $n_e$  (жирная черная линия, нижний график) и концентрации ионов  $n_j$  (тонкие черные линии, для лучшей читаемости кривые, соответствующие концентрациям ионов с низким зарядом, построены, но не подписаны). Параметры моделирования: длина ловушки  $L = 26$  см, пробочное отношение  $R = 3.7$ , начальный диаметр плазмы  $d = 0.2$  см, ток дуги  $I_a = 100$  А, начальный ионный состав  $\gamma_1(0) \approx 0.33$ ,  $\gamma_2(0) \approx 0.57$ ,  $\gamma_3(0) \approx 0.1$ , концентрации прочих компонент пренебрежимо малы. Полоса измеренных зарядов ионов показана штриховыми линиями. На рисунке представлен «нерезонансный» разряд с температурой электронов  $T_e = 35$  эВ, средний заряд потока, покидающего ловушку,  $\bar{Z} = 6.8$ , излучение 4 Вт в диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм.

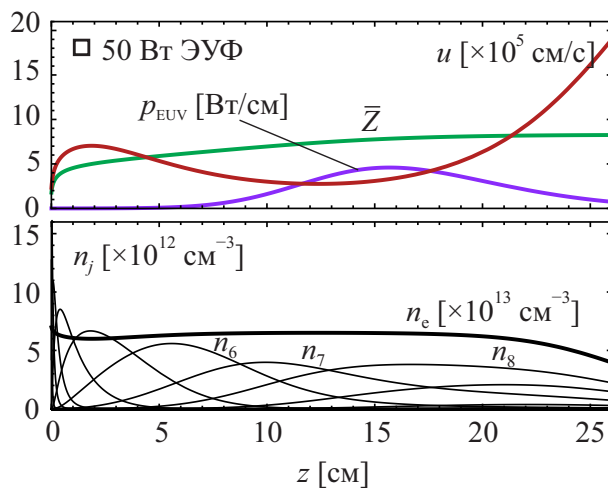


Рис. 2.3. То же, что и 2.2, но для «резонансного» разряда с температурой электронов  $T_e = 55$  эВ, средний заряд потока, покидающего ловушку,  $\bar{Z} = 8.2$ , излучение 50 Вт в диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм. В обоих случаях расчетный ток ионного пучка  $I_b = 0.08$  А, и средняя концентрация электронов  $5 \times 10^{13}$  см $^{-3}$ .



модель, т.е. найти константу пропорциональности  $I_b/I_a$  между током ионного пучка и током дуги. Результат показан на рисунке 2.2: температура электронов  $T_e = 35$  эВ, покидающий магнитную ловушку поток состоит преимущественно из  $\text{Sn}^{6+} - \text{Sn}^{8+}$  и имеет средний заряд  $\bar{Z} = 6.8$ .

Для «резонансного» режима ионный состав покидающего ловушку потока неизвестен, но мы можем подобрать мощность излучения, соответствующую измеренной, используя калибровочную константу  $I_b/I_a$ , найденную ранее. Таким образом, мы находим, что целевое ЭУФ излучение мощностью 50 Вт соответствует потоку плазмы с температурой электронов 55 эВ и средним зарядом 8.2 на выходе из ловушки, см. рисунок 2.3. Отметим, что резкое увеличение мощности ЭУФ излучения вызвано довольно умеренным изменением температуры электронов и среднего заряда ионов. Причина такой резкой зависимости в том, что  $\text{Sn}^{8+}$  и  $\text{Sn}^{9+}$  в «резонансном» режиме имеют значительно больше линий в целевом диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм, чем  $\text{Sn}^{6+}$  и  $\text{Sn}^{7+}$ , преобладающие в «нерезонансном» [15].

#### 2.1.4 Предельные параметры и перспективы использования

Главная причина низкого уровня ЭУФ излучения в существующих экспериментах – недостаток ионов  $\text{Sn}^{10+} - \text{Sn}^{12+}$  с максимальным количеством интенсивных линий в  $13.5 \pm 1\%$  нм. Есть два параметра, которыми можно управлять, чтобы приблизиться к оптимальному распределению заряда ионов в возможном прототипе источника ЭУФ излучения: температура электронов и плотность плазмы.

Электронная температура до нескольких сотен эВ может поддерживаться в условиях электронно-циклотронного (ЭЦР) или верхнегибридного (ВГР) резонанса. Обобщая предыдущий опыт, мы можем сделать вывод, что оба механизма микроволнового поглощения могут быть довольно легко реализованы в небольшой открытой ловушке, необходимой для источника ЭУФ излучения, при условии, что  $\omega_{pl} \lesssim \omega \approx \omega_B$  для ЭЦР-нагрева [12, 49] или  $\omega_{pl} \gtrsim \omega > \omega_B$  для ВГР-нагрева [50]; здесь  $\omega$  – частота микроволнового излучения,  $\omega_{pl}$  и  $\omega_B$  – ленгмюровская (плазменная) и циклотронная частоты электронов. В обоих случаях, оптимальная частота нагрева может быть грубо оценена как  $\omega \approx \omega_{pl}$ , хотя эффективный ВГР-нагрев возможен при плотности плазмы в несколько раз превышающей критическую [50, 51]. Доступные мощные микроволновые источники с частотой до 1 ТГц ограничивают концентрацию электронов на уровне  $10^{15} \text{ см}^{-3}$  [28].

Плотность плазмы в разряде можно контролировать выбором плазменной пушки. Современные вакуумно-дуговые источники могут работать при токах дуги до 3 кА, что в 30 раз выше, чем в обсуждаемых экспериментах [52]. Соответственно, выходной ток плазмы может быть увеличен до 2.4 А. Плотность плазмы пропорциональна току пучка, но также зависит от скорости потока, определяемой согласованно с концентрациями ионных фракций и температурой электронов.

Полная мощность  $P$ , затрачиваемая на поддержание разряда, расчетная мощность ЭУФ излучения  $P_{EUV}$  и соответствующая эффективность генерации ЭУФ излучения  $C = P_{EUV}/P$  в зависимости от температуры электронов и тока ионного пучка показаны на рисунке 2.4. Для фиксированного тока существуют оптимальные значения электронной температуры, соответствующие максимальной полной мощности, мощности ЭУФ излучения или эффективности генерации.

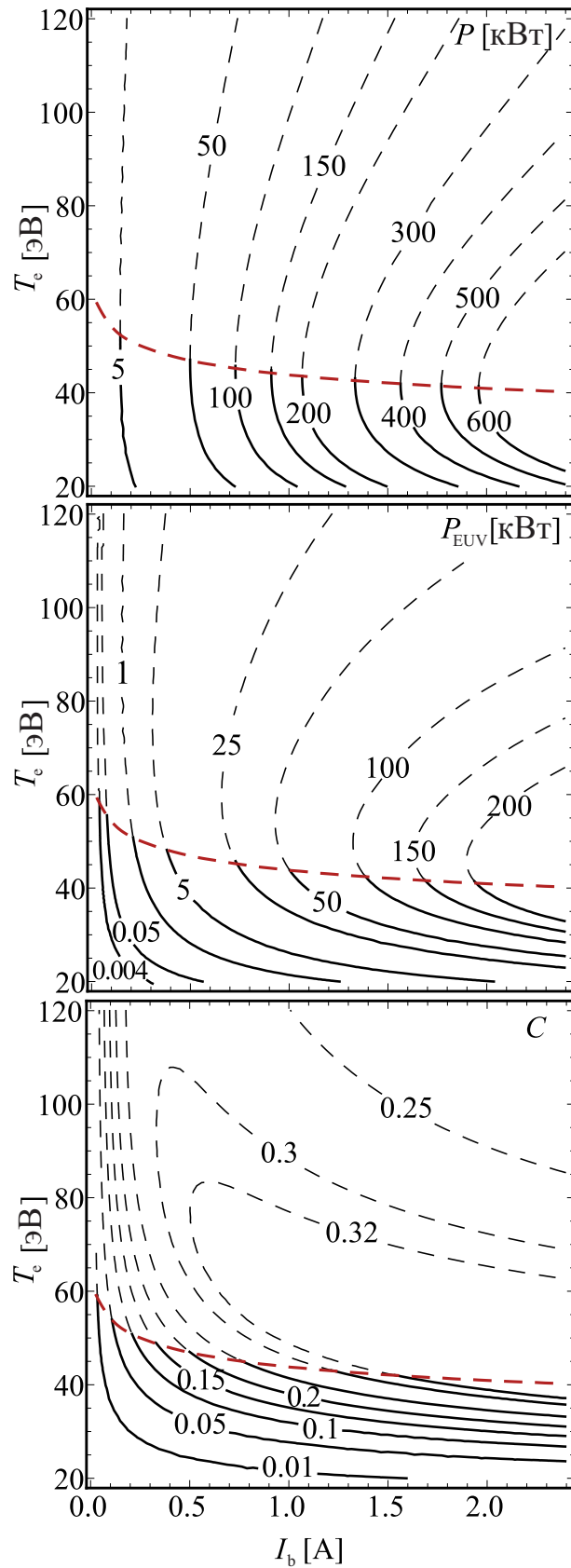


Рис. 2.4. Полная мощность потерь  $P$ , мощность ЭУФ излучения  $P_{\text{EUV}}$  в диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм и эффективность его генерации  $C = P_{\text{EUV}}/P$  как функции тока пучка и температуры электронов. Области неустойчивости (определяемые как  $\partial P/\partial T_e < 0$ ) и их границы обозначены, соответственно, тонкими черными и жирными красными штриховыми линиями. Параметры магнитной ловушки те же, что и на рисунке 2.2.

Заметим, что мощность и эффективность генерации ЭУФ излучения более чувствительны к температуре электронов, чем полная мощность. Это следует из существования оптимального заряда ионов  $\text{Sn}^{10+} - \text{Sn}^{12+}$ , который может быть пропущен при слишком высоких температурах. Во отличие от примера, рассмотренного в разделе 1.5 предыдущей главы, при всех исследованных условиях экстремумы мощности и эффективности генерации в целевом диапазоне наблюдаются в области неустойчивости по балансу энергии (см. рисунок 2.4). Требуя устойчивости разряда, находим, что как максимальная мощность целевого ЭУФ излучения, так и эффективность его генерации отвечают границе области устойчивости  $\partial P / \partial T_e = 0$  (на рисунке 2.4 показана красной штриховой линией).

Таким образом, из рисунка 2.4 видно, что для наиболее эффективного режима излучения необходимо отрегулировать нагрев так, чтобы поддерживать оптимальную температуру электронов при максимально возможном токе пучка. В этом случае существующее оборудование потенциально позволяет обеспечить стационарный разряд, излучающий в целевом ЭУФ диапазоне порядка нескольких десятков кВт с эффективностью до 30%. Отметим, что температура электронов в этом разряде должна поддерживаться на относительно низком уровне (около 50 эВ для исследуемой магнитной конфигурации), который слабо зависит от тока ионного пучка. Перегрев выше этого уровня в конечном итоге приведет к потере устойчивости.

Далее можно обозначить два основных направления оптимизации обсуждаемого источника ЭУФ излучения. Рассмотрим каждое из них, построив два соответствующих примера режимов горения разряда.

В первом примере, представленном на рисунках 2.5–2.7, предпринята попытка максимизации полной мощности целевого ЭУФ излучения, в пренебрежении локализацией излучающей области. Предполагается та же геометрия ловушки, что и в описанных экспериментах, но ток пучка и температура электронов изменяются в диапазоне, допускаемом современными микроволновыми приборами и вакуумно-дуговыми источниками плазмы.

На рисунке 2.5 изображены зависимости полной мощности (необходимой для поддержания разряда) и мощности ЭУФ излучения от средней концентрации электронов для различных токов ионного пучка и температур электронов. Для справки, на график также нанесены мощности доступных микроволновых источников с частотой  $\omega = \omega_{\text{pl}}$  согласно обзору М. Тумма [28]; здесь нужно обратить внимание на большое количество микроволновых приборов в области  $n_e < 3.6 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$  или  $\omega/2\pi < 170 \text{ ГГц}$ . Данная область соответствует гиротронам мегаваттного уровня, используемым в исследованиях по реализации управляемого термоядерного синтеза (УТС). Видно, что имеющиеся микроволновые источники позволяют поддерживать плазменный разряд с электронной плотностью до  $\sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

На рисунках 2.6 и 2.7 показано изменение параметров плазмы вдоль оси ловушки для двух частных случаев, обозначенных символами ' $\Delta$ ' и ' $\nabla$ ' на рисунке 2.5. Для случая ' $\Delta$ ' мы предполагаем, что ток дуги 750 А почти в шесть раз больше, чем в описанных экспериментах. Видно, что использование такого сильноточного плазменного источника потенциально могло бы обеспечить в той же установке до 15 кВт излучения в  $13.5 \pm 1\%$  нм с около 20% эффективностью. Этот разряд характеризуется средней концентрацией электронов  $5.4 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , температурой

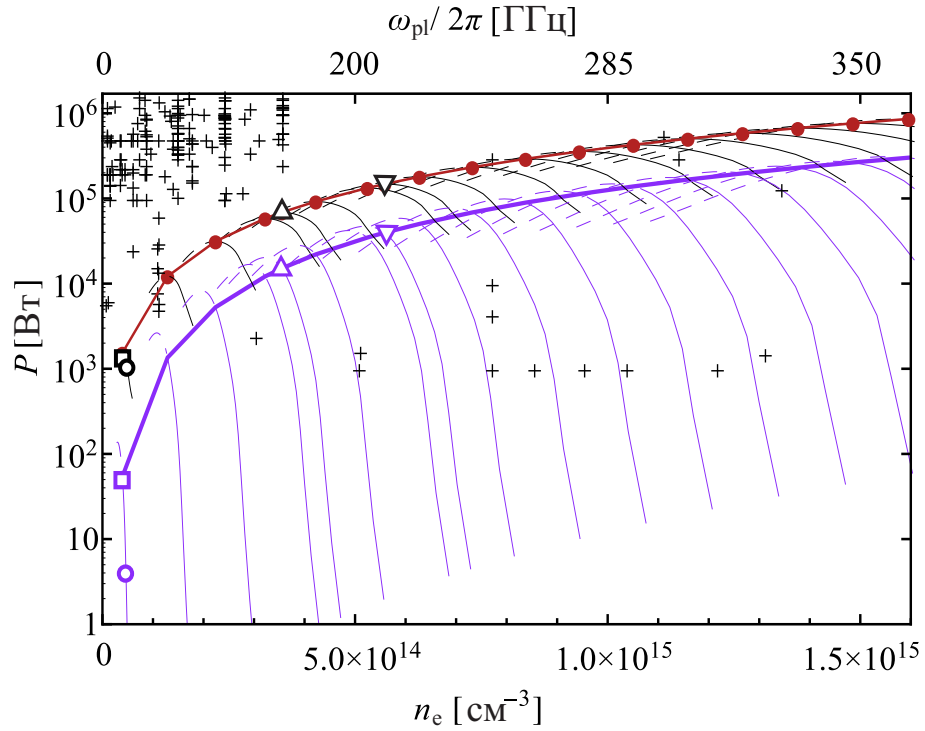


Рис. 2.5. Полная мощность  $P$  (черные линии) и мощность  $P_{\text{EUV}}$  ЭУФ излучения в диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм (фиолетовые линии) в зависимости от средней плотности электронов. Каждая из кривых соответствует определенному значению тока ионного пучка из диапазона от 0.03 до 2.6 А, вдоль каждой из кривых электронная температура меняется от 15 до 120 эВ; точки и (соединяющие их) жирные линии соответствуют оптимальному режиму, отвечающему границе устойчивости  $\partial P / \partial T_e = 0$ . Символами 'O', '□', '△', и '▽' отмечены отдельные режимы, характеристики которых изображены на графиках слева и на рисунке 2.2. Перекрестьями '+' обозначены мощности доступных источников микроволнового излучения с частотами  $\omega = \omega_{pe}$  в соответствии с обзором М. Тумма [28]. Длина ловушки  $L = 26$  см, магнитное поле  $B_{\text{max}} = 4$  Т, пробочное отношение  $R = 3.7$ , начальный диаметр плазмы  $d = 0.2$  см.

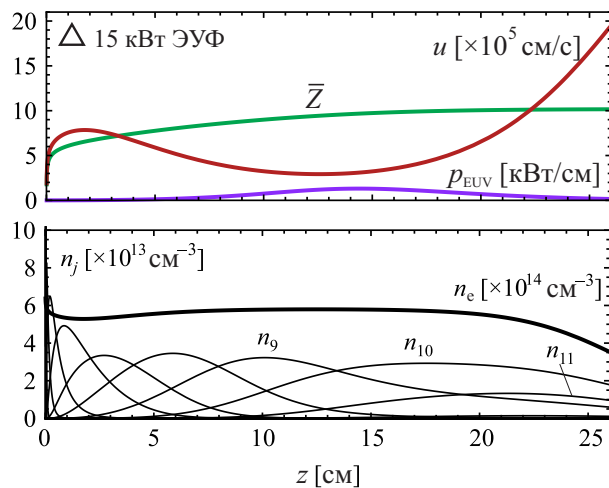


Рис. 2.6. Изменение параметров разряда вдоль оси ловушки в режиме 'Δ'. Ток дуги  $I_a = 0.75$  кА. Здесь и далее подписи к кривым, соответствующим ионам низкой кратности опущены для обеспечения лучшей читаемости рисунка.

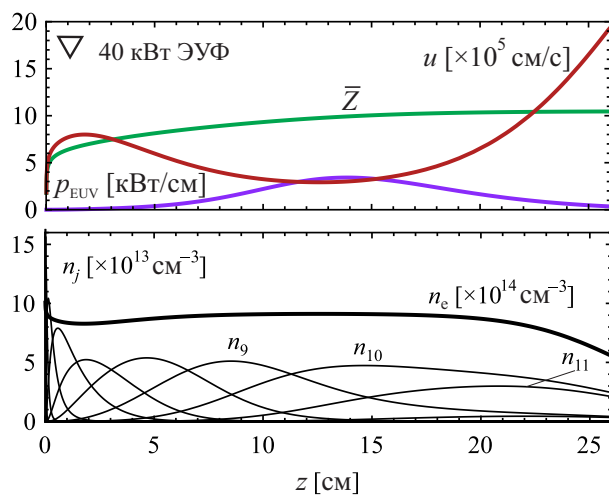


Рис. 2.7. Изменение параметров разряда вдоль оси ловушки в режиме '∇'. Параметры те же, что и для 'Δ', но ток дуги  $I_a = 1.1$  кА.

электронов 46 эВ, током ионного пучка  $I_b = 0.6$  А, средним зарядом ионов  $\bar{Z} = 10.2$  на выходе из ловушки. Полная потребляемая мощность 70 кВт, может быть обеспечена, например, одним из множества длинноимпульсных гиротронов, работающих на частоте 170 ГГц и используемых в приложениях, связанных с развитием УТС [53]. Для случая '∇' ток дуги увеличивается до 1100 А (эквивалентный ток ионного пучка  $I_b = 0.9$  А), что приводит к двукратному увеличению электронной плотности ( $9 \times 10^{14}$  см<sup>-3</sup>), при этом температура электронов и средний заряд потока, покидающего ловушку, меняются незначительно. Такой разряд будет излучать около 40 кВт при КПД 30% и может поддерживаться тем же гиротроном. Гиротрон работает в непрерывном режиме, поэтому эффективность источника в конечном итоге определяется плазменной пушкой. В частности, современные пушки типа MEVVA характеризуются частотой следования до 1 Гц и длительностью импульса около 100 мкс [29].

Хотя это может быть частично скомпенсировано высокой эффективностью генерации, очевидным недостатком обоих рассмотренных режимов является протяженная, около 15 см, область излучения в ЭУФ диапазоне, что неизбежно приводит к дальнейшим существенным по-

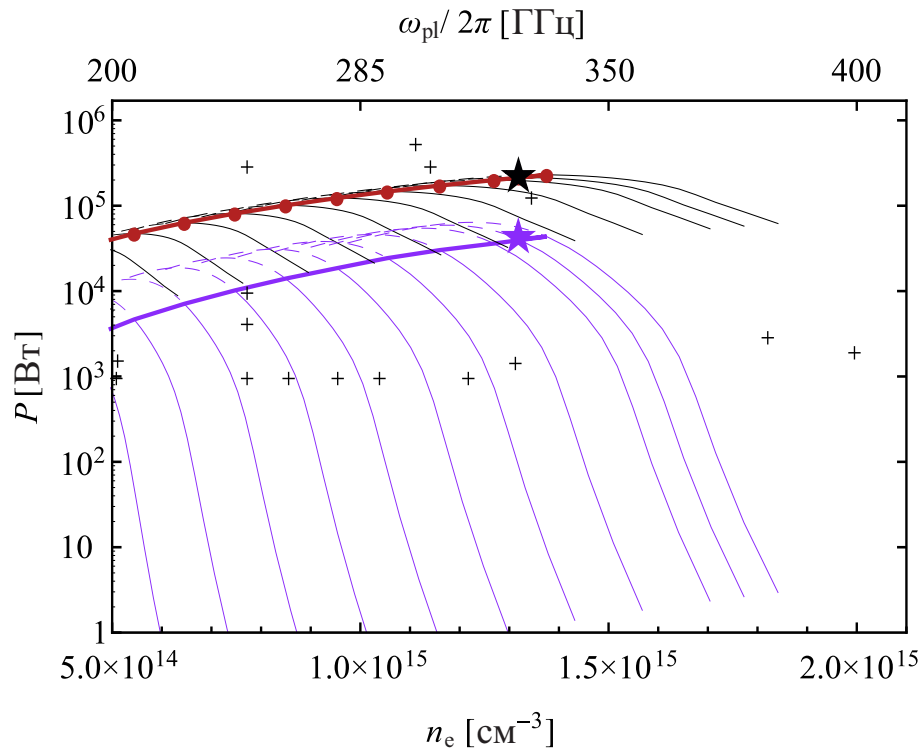


Рис. 2.8. То же, что и рисунок 2.5, но для оптимизированной магнитной конфигурации. Длина ловушки  $L = 5.6$  см, магнитное поле  $B_{\max} = 4$  Т, пробочное отношение  $R = 9$ , начальный диаметр плазмы  $d = 0.2$  см.

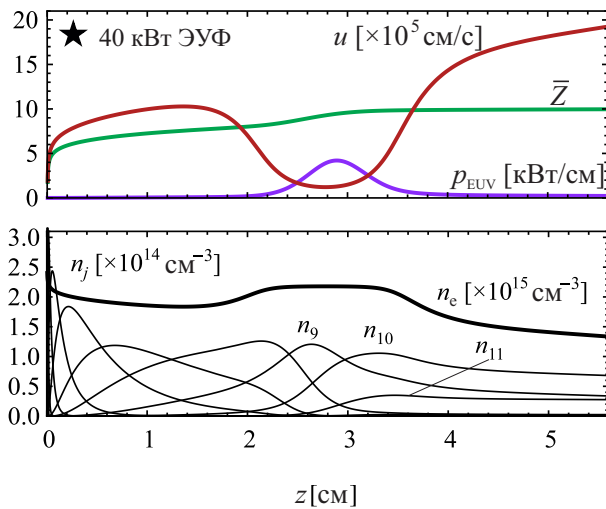


Рис. 2.9. Изменение параметров разряда вдоль оси ловушки в режиме '★'. Ток дуги  $I_a = 2.9$  кА

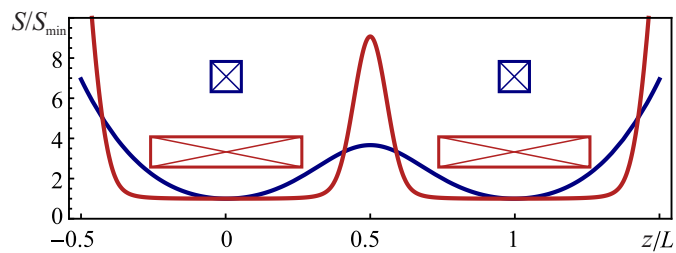


Рис. 2.10. Оптимизированная магнитная конфигурация  $S(z)/S(0) = B(0)/B(z)$  (красная кривая) в сравнении с используемой в экспериментах [29] (синяя кривая).

терям мощности при фокусировке ЭУФ излучения.

Во втором примере, показанном на рисунках 2.8 и 2.9, мы пытаемся уменьшить протяженность излучающей области, сохраняя высокую эффективность генерации ЭУФ излучения. Это возможно в более оптимальной магнитной конфигурации, предложенной на рисунке 2.10. Основная идея этой конфигурации состоит в том, чтобы обеспечить быстрое расширение плазмы точно в области ЭУФ излучения, заполненной ионами  $\text{Sn}^{10+}$ – $\text{Sn}^{12+}$ . Такое расширение приводит к увеличению электронной плотности из-за замедления дозвукового потока плазмы, см. рисунок 2.9. Следовательно, частота возбуждения ЭУФ линий увеличивается, а протяженность излучающей области становится меньше. Заметим, что здесь мы рассматриваем гораздо более компактную магнитную ловушку с длиной между катушками 5.6 см вместо 26 см в предыдущем примере. Чтобы сохранить ту же мощность ЭУФ излучения в локализованном разряде, нам необходимо еще больше увеличить плотность плазмы, потребовав более высокого значения тока дуги.

На рисунке 2.9 показан разряд со средней плотностью электронов  $1.8 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , температурой электронов 50 эВ, током ионного пучка 2.3 А, средним зарядом  $\bar{Z}(L) = 10$  и общей поглощаемой мощностью около 200 кВт. Такой разряд может поддерживаться, например гиротроном 300 ГГц/500 кВт [54]. В этом случае можно достичь мощности ЭУФ излучения 40 кВт с эффективностью 20%. Небольшое снижение эффективности по сравнению с предыдущим случаем связано в основном с несколько менее оптимальным распределением зарядовых состояний, вследствие меньшей длины ловушки. Протяженность излучающей области составляет около 1 см. Разряд все еще далек от точечного (менее 1 мм) источника ЭУФ излучения, но все же может быть приемлемым из-за очень высокой эффективности генерации излучения в диапазоне  $13.5 \pm 1\%$  нм.

Заметим, что обе удлиненные области сильного магнитного поля, окружающие излучающую область со слабым полем, в предложенной конфигурации являются важными. В первой области перед зоной ЭУФ излучения плазма ионизируется до оптимального распределения зарядовых состояний. Во второй области после зоны ЭУФ излучения дозвуковой поток плотной плазмы ускоряется до ионно-звуковой скорости, необходимой для согласования с секцией плазменного расширителя. В принципе, при оптимизации длина этих двух областей может изменяться отдельно; для простоты здесь мы используем одинаковые катушки.

## 2.2 ЭУФ излучение свободно расширяющейся плазмы ксенона

### 2.2.1 Концепция источника ЭУФ излучения

Схема источника ЭУФ излучения на основе субтерагерцового разряда в потоке газа, расширяющегося в вакуум, схематически изображена на рисунке 2.11. Нейтральный или предвариательно ионизированный ксенон вводится в вакуумную камеру посредством сопла, проходящего через параболическое зеркало, используемое для фокусировки ЭУФ излучения. Микроволновое

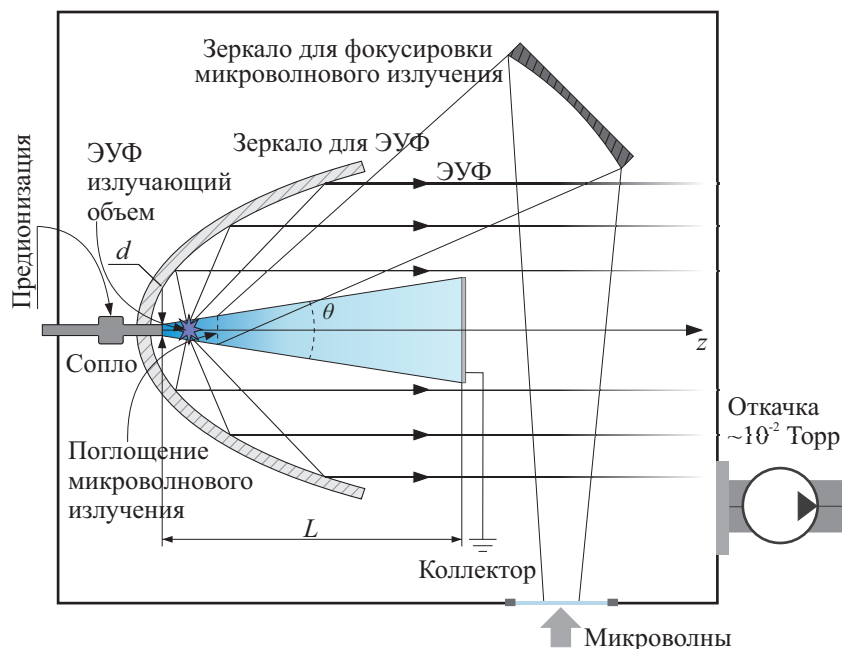


Рис. 2.11. Схема источника ЭУФ излучения на основе субтерагерцового разряда в потоке газа, расширяющегося в вакуум.

излучение фокусируется за соплом и поглощается электронами в условиях плазменного резонанса, то есть когда электронная ленгмюровская частота (частота отсечки) становится равной частоте волны. Это условие локально выполняется в некоторой области расширяющейся струи, поскольку концентрация электронов непрерывно уменьшается по направлению к коллектору. Высокая электронная теплопроводность обеспечивает эффективный перенос тепла за пределы области плазменного резонанса. Таким образом, резонансный нагрев может быть размещен вне зоны ЭУФ излучения, например, при большем коэффициенте расширения, то есть в менее плотной плазме. За счет этого плазма в самой области ЭУФ излучения может иметь концентрации большие, чем критическая концентрация для частоты микроволн. Возможность создания плотной плазмы в области генерации позволяет рассчитывать на сохранение достаточной мощности ЭУФ излучения в целевом диапазоне (для Xe –  $11.2 \pm 1\%$  нм) даже для точечного источника.

В качестве источника микроволнового излучения используются современные гиротроны субтерагерцового диапазона частот. С точки зрения поддержания стационарного разряда критическим моментом здесь является начальная стадия, когда медленный газовый поток, изначально состоящий из нейтральных атомов, ионизируется и разгоняется до ионно-звуковой скорости. Для того, чтобы ускорить переход к стационарному режиму в пределах длительности импульса гиротрона применяется предионизация потока, существенно уменьшающая среднее время, которое ион проводит в состояниях с низким зарядом. В последнее время появились предложения использовать схожую концепцию источника ЭУФ излучения на основе пробоя газа, расширяющегося в вакуум, но при использовании источников терагерцового излучения с очень короткими – субнаносекундными – импульсами, таких как, например, терагерцовые лазеры на свободных электронах [56]. Поскольку времена пролета частицей объема разряда и характерные времена некоторых элементарных процессов (например, спонтанного излучения ряда линий) в этом случае сравнимы с длительностью импульса лазера либо превышают ее, такой разряд прин-



ципально нестационарный, и для его описания теория, предложенная в главе I, нуждается в существенной модификации. Соответствующая задача подробно рассмотрена в нашей работе [8A].

Расширяющаяся плазма поглощается металлическим коллектором, расположенным вдали от излучающей области. Именно уменьшение плотности плазмы с расширением струи обеспечивает локализацию разряда вплоть до образования точечной области ЭУФ излучения вблизи сопла (протяженностью менее 1 мм в экспериментах [5A, 30, 60]). Данный факт позволяет эффективно фокусировать генерируемое излучение. Здесь важно отметить, что в случае плотностей плазмы  $10^{17}\text{--}10^{19}\text{ см}^{-3}$  ЭУФ излучение может частично запирается в объеме плазменного образования таких размеров, а значит можно рассчитывать на повышение эффективности генерации целевого излучения за счет запираания линий с меньшей энергией перехода (см. рисунок 1.4, глава I).

### 2.2.2 Модель

Для отыскания зависимости характеристик разряда от координаты  $z$  вдоль потока аналогично предыдущему разделу используем уравнения (1.32), (1.35) и (1.36) совместно с граничными условиями (1.33), (1.38) и внешними параметрами, которыми по-прежнему являются профиль поперечного сечения трубки тока  $S(z)$ , начальный ионный состав потока плазмы  $\{\gamma_j(0)\}$ , полный поток ионов  $\Gamma$  и мощность  $P$ , сообщаемая разряду. Температура электронов  $T_e$  – технический параметр модели – определяется из закона сохранения энергии (1.68). Формально необходимое для расчетов положение стенки  $z_w$  в данном случае определяется положением стенки вакуумной камеры и составляет несколько сантиметров (в наших расчетах – 5 см). Для компактного разряда зависимость  $P(T_e)$  монотонна и, следовательно, взаимно однозначна. Плотность мощности ЭУФ излучения  $p_{\text{EUV}}$  восстанавливается по известным из решения (1.32), (1.35) и (1.36) профилям концентраций ионных фракций и найденной температуре электронов при помощи формулы (1.70). Далее, интегрируя  $p_{\text{EUV}}$  по длине разряда, получаем полную мощность целевого излучения  $P_{\text{EUV}}$  и КПД источника  $C = P_{\text{EUV}}/P$ .

Поскольку в экспериментах рассматриваемого типа предполагается использование предионизации потока газа, будем полагать, что поток в  $z = 0$  однократно ионизирован, то есть

$$\gamma_1(0) = 1, \quad \gamma_{j \neq 1}(0) = 0. \quad (2.9)$$

Величина полного потока частиц регулируется за счет установления того или иного давления внутри сопла. Поэтому, чтобы упростить привязку к экспериментам, наряду с величиной полного потока  $\Gamma$  (скоростью напуска газа) мы будем использовать давление газа внутри сопла  $p = T_0\Gamma/(S_0c_0)$ , рассчитываемое в предположении, что газ с комнатной температурой  $T_0 = 300\text{ К}$  течет со скоростью звука  $c_0 = (\frac{5}{3}T_0/m_i)^{1/2}$  через поперечное сечение сопла  $S_0$  и обеспечивает поток  $\Gamma$ .

В отличие от предыдущего раздела будем считать, что поток расширяется в известный угол, то есть  $S(z) = S_0 + \Omega z^2 = S_0 + 4\pi \sin^2(\theta/4)$ , где  $\Omega$  – телесный угол расширения,  $\theta$  – планарный угол расширения, в экспериментах составляющий, как правило, около  $\pi/2$ . Таким образом, произвольным внешним параметром взамен профиля площади поперечного сечения потока  $S(z)$

становится диаметр сопла  $d$ , определяющий начальную площадь  $S_0 = \pi d^2/4$ .

Как и в предыдущем разделе, мощность  $P$ , сообщаемая разряду, будет определяться используемым источником излучения (в данном случае – субтерагерцового).

### 2.2.3 Предельные параметры и перспективы использования

Эффективный источник ЭУФ излучения должен удовлетворять двум условиям:

- (1) плазма состоит из значительного количества ионов  $\text{Xe}^{10+}$ , поскольку именно эти ионы излучают в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм (см. рисунок 1.4),
- (2) излучающий объем оптически тонкий в указанном диапазоне.

Чтобы удовлетворить этим требованиям, будем подбирать  $\Gamma$ ,  $T_e$  и  $d$ .

Увеличение скорости напуска газа (за счет увеличения давления в сопле) приводит к увеличению средней концентрации как электронов, так и ионов. Чем выше концентрация электронов, тем эффективнее ионизация и возбуждение электронным ударом, но тем выше скорость гашения. Увеличение концентрации ионов приводит к увеличению количества частиц, излучающих и, в то же время, к увеличению количества частиц поглощающих линейчатое излучение. В результате баланса между излучением и поглощением достигается оптимальное значение скорости напуска газа соответствующее максимальной эффективности генерации ЭУФ излучения.

Чем выше скорость напуска газа, тем большая мощность требуется для поддержания определенной электронной температуры  $T_e$ . Поскольку частоты процессов возбуждения и ионизации сильно зависят от температуры электронов, мощность микроволнового излучения определяет количество ионов  $\text{Xe}^{10+}$  и эффективность их линейчатого излучения. Но слишком высокие температуры электронов соответствуют значительным конвективным потерям мощности за счет увеличения скорости потока (масштабируется приблизительно как ионно-звуковая скорость  $c = \sqrt{T_e \bar{Z}/m_i}$ ). В то же время, поскольку полный поток  $\Gamma = Snu$  сохраняется, плотность ионов уменьшается, что приводит к ухудшению излучательной способности. Баланс между этими эффектами определяет оптимальную температуру электронов или оптимальную мощность микроволнового излучения.

С другой стороны, диаметр сопла  $d$  также влияет на оптимальную мощность и оптимальный поток плазмы. С увеличением  $d$  оба параметра увеличиваются. Таким образом, можно регулировать их значения, варьируя диаметр сопла. Эта регулировка может быть полезной с точки зрения оптимизации эффективности преобразования микроволн в ЭУФ излучение. Конвективные потери мощности (1.66) пропорциональны потоку  $\Gamma$ , то есть, при заданном давлении, они пропорциональны  $d^2$ , в то время как объемные потери мощности за счет линейчатого излучения  $\text{Xe}^{10+}$  рассчитываются как интеграл вида (1.39) по объему разряда и для плазмы, оптически тонкой относительно этого излучения, увеличиваются примерно как  $d^3$ . Таким образом, эффективность преобразования имеет тенденцию расти с увеличением диаметра сопла до тех пор, пока плазма является оптически тонкой для ЭУФ-света.

Приведенные выше утверждения проиллюстрированы на рисунке 2.12. Здесь эффективность генерации и мощность ЭУФ излучения нанесены на график как функция давления газа в сопле

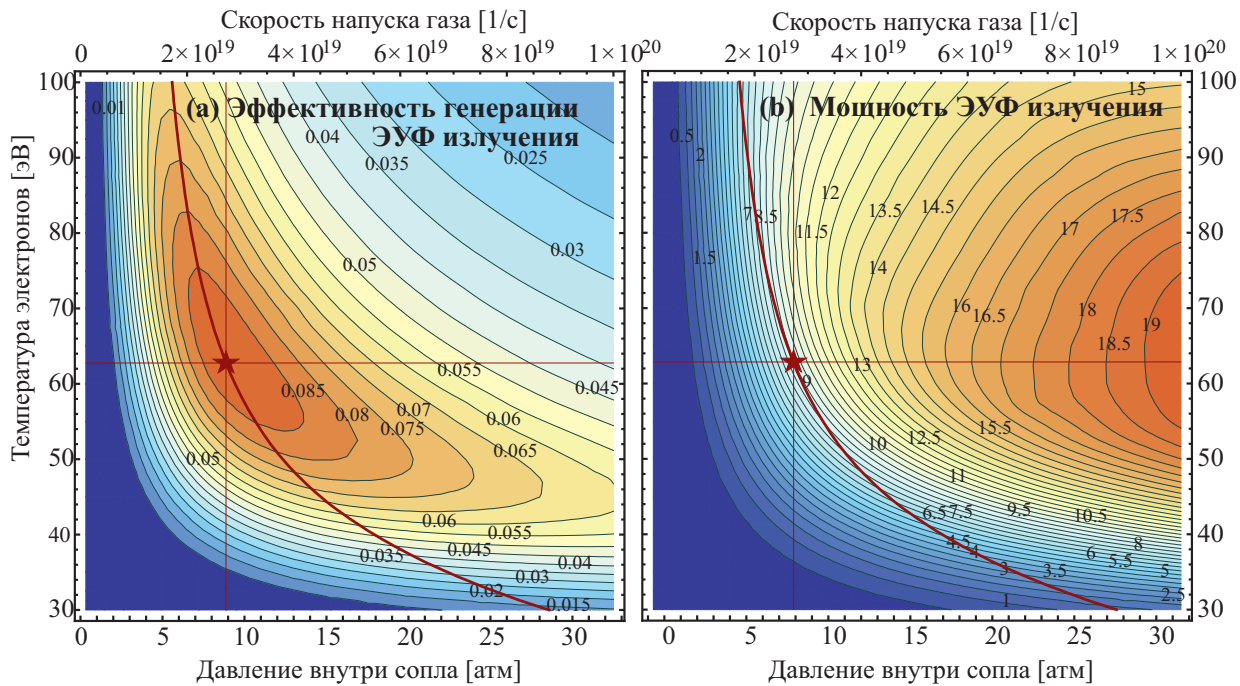


Рис. 2.12. Эффективность генерации ЭУФ излучения (а) и мощность этого излучения (б) в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм как функции давления внутри сопла  $p$  (или, соответственно, скорости напуска газа  $\Gamma$ ) и температуры электронов  $T_e$  при фиксированном диаметре сопла  $d = 30$  мкм. Расходимость потока  $\theta = \pi/2$ , расстояние от сопла до коллектора  $z_w = 5$  см. Символ  $\star$  маркирует максимум эффективности генерации, который имеет место при  $\Gamma = 2.7 \times 10^{19} \text{ с}^{-1}$  и  $T_e = 63$  эВ; жирная красная кривая, на которой лежит точка  $\star$  отвечает фиксированной полной мощности  $P = 100$  кВт.

(скорость напуска газа) и температуры электронов для фиксированного диаметра сопла. Видно, что существует комбинация давления газа и мощности СВЧ, обеспечивающая максимальную эффективность преобразования (отмечена символом « $\star$ »). В этот момент полная мощность энергоклада составляет  $P \approx 100$  кВт, мощность в ЭУФ-диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм составляет 9 кВт, а температура электронов составляет 63 эВ. Соотношение температуры электронов и давления газа при изменении скорости напуска и фиксированной мощности энергоклада (100 Вт) показано на рисунке 2.12 красной кривой.

На рисунке 2.13 показаны эффективность генерации ЭУФ излучения и соответствующая полная мощность энергоклада в электроны плазмы как функции давления газа для разных диаметров сопла. Эффективность преобразования медленно растет с увеличением диаметра и достигает насыщения примерно на 15%, когда излучающая область становится достаточно большой и для целевого ЭУФ-излучения сказывается эффект запираения. В то же время мощность, необходимая для поддержания разряда с максимальной эффективностью преобразования, резко увеличивается с увеличением диаметра (см. серию черных точек на рисунке 2.13). Таким образом, полная вложенная мощность определяет оптимальный диаметр сопла – он должен быть наибольшим из тех, что могут быть согласованы с имеющейся мощностью микроволнового излучения (в нашем случае соответствует « $\star$ »). Однако такие «полностью оптимизированные» условия могут соответствовать нежелательно высоким для конструкции источника ЭУФ излучения давлению газа и плотности плазмы. Чтобы этого избежать, можно снизить давление по сравнению с оптимальным, немного пожертвовав эффективностью генерации (см. ряд красных

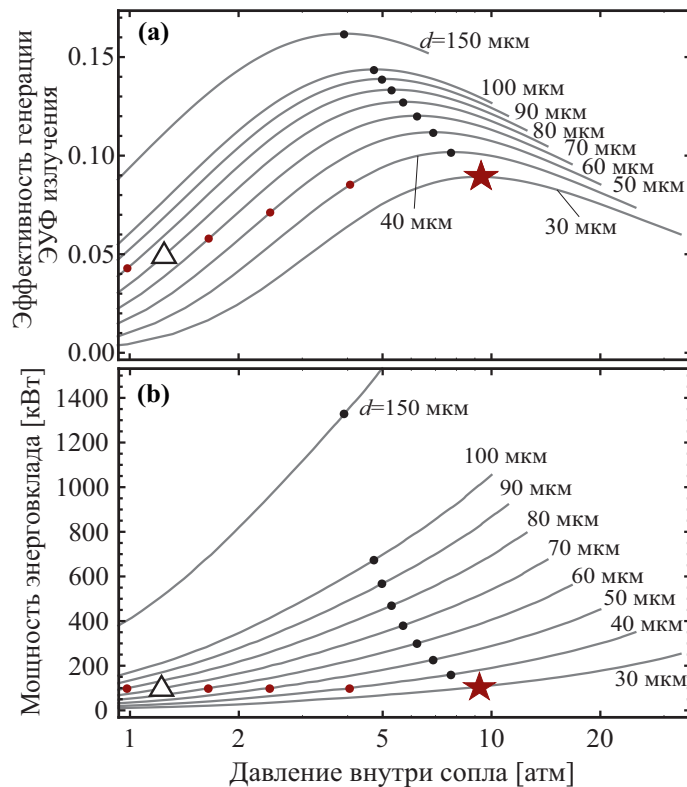


Рис. 2.13. Эффективность генерации ЭУФ излучения (а) и требуемая мощность энергоуклада  $P$  (б) как функции давления  $p$  внутри сопла для различных значений его диаметра  $d$ ; ★ и черные точки соответствуют максимальной эффективности генерации, а красные точки отвечают фиксированной мощности энергоуклада  $P = 100$  кВт. Прочие параметры моделирования те же, что и на рисунке 2.12.

точек, соответствующих фиксированной мощности энергоуклада).

Мощность, вкладываемая в разряд, в конечном итоге определяется мощностью микроволнового излучения, поступающей от гиротрона. Наиболее мощные гиротроны разработаны для исследований в области УТС [28, 55]. Такие устройства могут обеспечивать мощность мегаваттного уровня в длительных импульсах (до 1000 с) или в непрерывном режиме на определенных частотах в диапазоне от 60 до 170 ГГц. Концентрация отсечки электромагнитной волны на частоте 170 ГГц составляет  $3.6 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , что на четыре порядка меньше типичной концентрации электронов внутри излучающей области для потока ксенона. Это не критично, потому что

- как отмечалось ранее, область поглощения может быть смещена в сторону более низких плотностей в расширяющейся струе,
- для малых по сравнению с длиной волны и гладко неоднородных плазменных образований эффективное поглощение возможно при гораздо больших плотностях, чем формальная плотность отсечки (строго определенная для плоской волны в безграничной среде), см., например, работы [57, 58] и приведенные в них ссылки.

Однако есть много причин для перехода к более высоким частотам нагрева:

- возможность фокусировки микроволнового пучка в меньший объем,
- большое расстояние между нагревающей и излучающей областями может быть сопряжено с дополнительными потерями мощности и нестабильностью плазмы,

- при давлении, близком к атмосферному, микроволновый пробой и возрастание плотности плазмы на начальных стадиях разряда легче происходит при более высоких частотах нагрева; в рассматриваемых условиях это утверждение подтверждается экспериментально [59, 60].

В настоящее время разработано несколько мощных субтерагерцовых гиротронов, работающих на частотах 250–670 ГГц [61, 62]. Эти устройства, обладающие пиковой мощностью до 100–250 кВт в импульсе и возможностью дальнейшего развития вплоть до обеспечения работы в непрерывном режиме, вероятно, более остальных подходят для предлагаемой концепции источника ЭУФ излучения.

На основе методик, разработанных в [57, 58], максимальную долю электромагнитного излучения, поглощаемого плазмой, можно оценить в 10-50%. Таким образом, в самом оптимистичном случае мощность энгерговклада в электроны составляет порядка 100 кВт. Этому значению соответствует оптимальный диаметр сопла в 30 мкм. Тогда максимальная эффективность генерации ЭУФ излучения составляет 9% (или 4.5% по отношению к полной мощности гиротрона) и достигается при скорости газонапуска в  $2.7 \times 10^{19} \text{ с}^{-1}$ . Как уже упоминалось, такой источник обеспечивает 9 кВт целевого ЭУФ излучения, температура электронов составляет около 60 эВ. Расчетное давление внутри сопла 9 атм.

Распределение параметров разряда вдоль струи показано на рисунке 2.14. Максимум излучательной способности в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм соответствует  $z = 5$  мкм; это характеризует линейные размеры излучающей области. Внутри этой области плотность электронов и средний заряд ионов составляют соответственно  $1.7 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$  и  $\bar{Z} = 9$ . Заметим, что излучающая область повторяет форму профиля плотности  $\text{Xe}^{10+}$ , поскольку именно этот ион имеет наибольшее количество сильных линий в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм. После прохождения звукового барьера средний заряд ионов почти постоянен, а все плотности падают из-за геометрической расходимости и дальнейшего ускорения потока плазмы. Плотность отсечки в данном разряде находится на расстоянии около 1 мм от сопла.

Поскольку высокое давление и соответствующие ему высокие концентрации электронов и ионов могут потенциально привести к техническим трудностям, можно предложить режим, обозначенный символом « $\Delta$ » на рисунке 2.13. Здесь мы предполагаем вдвое более широкое сопло диаметром 70 мкм и сохраняем ту же мощность, вкладываемую в разряд. Это изменение существенно ослабляет требования к давлению и концентрации – давление внутри сопла и концентрация электронов, соответственно, уменьшаются до 1.2 атм и  $1.8 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Эффективность генерации ЭУФ излучения также снижается, но не критично – до 5%. Такой источник обеспечивает около 5 кВт ЭУФ излучения, работает при температуре электронов порядка 100 эВ и скорости напуска газа  $\Gamma = 2 \times 10^{19} \text{ с}^{-1}$ . Пространственное распределение параметров разряда вдоль струи показано на рисунке 2.15.

Наконец, рассмотрим случай, когда доля микроволнового излучения, поглощаемого плазмой, падает ниже оптимистичного значения 50%. Соответствующее снижение мощности и эффективности генерации ЭУФ излучения показано на рисунке 2.16. Здесь по оси абсцисс отложена мощность, вкладываемая в разряд, как часть полной падающей мощности, обеспечиваемой

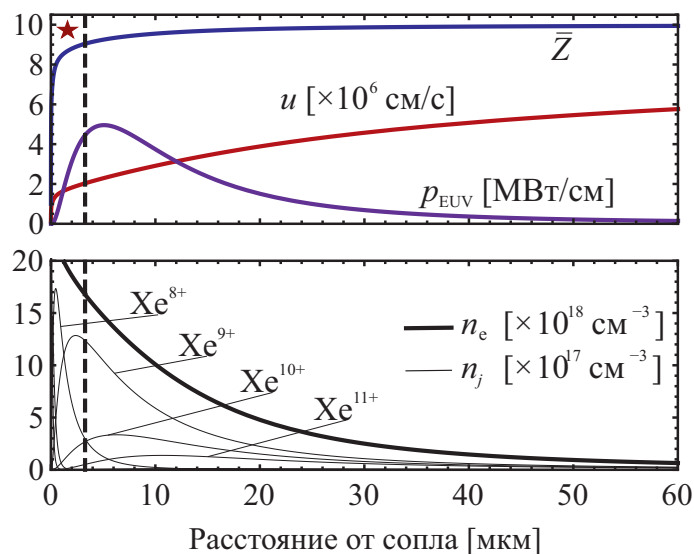


Рис. 2.14. Параметры разряда как функция координаты  $z$  вдоль потока (расстояние от сопла). Верхний график: линейная плотность мощности  $p_{\text{EUV}}$  излучения в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм (фиолетовая кривая), скорость потока плазмы  $u$  (красная кривая), и средний заряд ионов  $\bar{Z}$  (синяя кривая). Нижний график: концентрация электронов  $n_e$  (жирная черная кривая) и плотности ионных фракций  $n_j$  (тонкие черные кривые). Параметры отвечают точке «★» на рисунке 2.13.

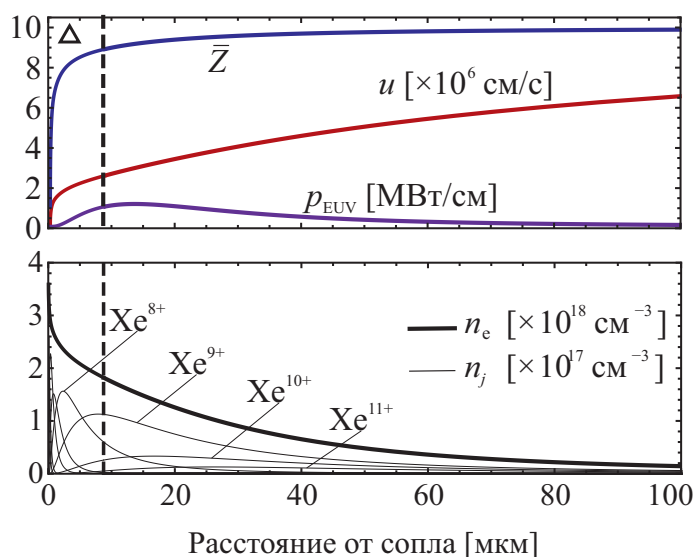


Рис. 2.15. то же что и рисунок 2.14, но для диаметра сопла  $d = 70$  мкм. Параметры отвечают точке «△» на рисунке 2.13.

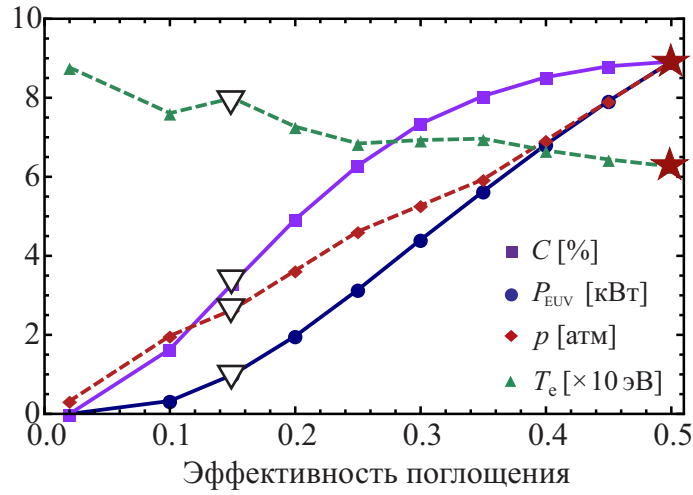


Рис. 2.16. Эффективность генерации ЭУФ излучения  $C$ , мощность ЭУФ излучения  $P_{EUV}$ , оптимальное давление  $p$  внутри сопла, и температура электронов  $T_e$  в зависимости от эффективности поглощения  $P/P_0$  (определяемой как отношение поглощенной мощности  $P$  к падающей мощности  $P_0 = 200$  кВт). Скорость газонапуска отвечает максимальной мощности ЭУФ излучения, остальные параметры те же, что на рисунке 2.12.

гиротроном с мощностью 200 кВт, диаметр сопла составляет 30 мкм, а скорость напуска газа отрегулирована таким образом, что мощность ЭУФ излучения является максимально возможной в каждой точке. Уменьшение энерговклада приводит к практически линейному уменьшению мощности ЭУФ излучения. Для сохранения оптимального заряда ионов при пониженном энерговкладе следует снизить плотность плазмы посредством снижения давления газа. Видно, что для сопла небольшого диаметра мощность ЭУФ излучения в 1 кВт, которая все еще представляет большой интерес для приложений, возможна при снижении эффективности поглощения микроволн вплоть до 15%, что соответствует точке « $\nabla$ » на рисунке 2.16. Характеристики данного режима следующие: давление 2.6 атм, скорость газонапуска  $8.1 \times 10^{18} \text{ с}^{-1}$ , плотность электронов в излучающей области  $4.2 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , температура электронов 80 эВ.

#### 2.2.4 Сравнение с экспериментальными данными

В 2018 году в ИПФ РАН была предпринята попытка экспериментальной реализации обсуждаемой концепции источника ЭУФ излучения [5A]. Эксперимент проводился с использованием субтерагерцового гиротрона с характеристиками выходного излучения 250 ГГц/200 кВт в режиме непрерывной генерации и содержанием гауссовского волнового пучка более 98% [62]. Однако, хотя данный прибор и предназначен для работы в непрерывном режиме, на момент проведения эксперимента из-за ограничения доступной мощности, гиротрон работал лишь в импульсном режиме с длительностью импульса до 50 мкс при частоте следования 10 Гц и повышенном уровне мощности до 250 кВт. Тем не менее даже в этих условиях прибор обладал наибольшей мощностью и длительностью импульса среди субтерагерцовых гиротронов, что позволяло предполагать эффективность использования его излучения для поддержания разряда.

В качестве рабочего вещества в экспериментах использовались ксенон и аргон. Ионы аргона не имеют линий в целевых диапазонах ЭУФ излучения [63]. Однако в силу своей доступности он использовался в более ранних работах по демонстрации точечного сильноизлучающего разряда

в свободно расширяющемся потоке газа [30], и его использование было продолжено в серии экспериментов [5А] главным образом для тестирования и отладки оборудования.

Схема эксперимента практически повторяет схему с рисунка 2.11, приведенную в качестве иллюстрации концепции. Помимо основных элементов – вакуумной камеры (давление 200 Торр), турбо-насоса для ее откачки, системы газонапуска (диаметр сопла  $d = 150$  мкм), гиротрона и системы ввода субтерагерцового излучения – экспериментальная установка включала в себя абсолютно откалиброванный кремниевый детектор для регистрации УФ излучения [64]. Это позволило более детально анализировать спектральный состав излучения плазмы посредством установки различных фильтров. Были использованы молибден-циркониевый (Mo/Zr) фильтр для полосы 13–17 нм и алюминий-кремниевый (Al/Si) фильтр для полосы 18–50 нм [65]. Чтобы снизить вероятность ошибок вследствие случайных отверстий, фильтры накладывались в один или два слоя. Детектор имел эффективный радиус  $R_{\text{det}} = 0.3$  см, был расположен на расстоянии  $L_{\text{det}} = 40$  см от сопла и мог быть ориентирован под различными углами к плазме. Зависимости принимаемых сигналов от угла наблюдения обнаружено не было. Предполагая изотропное излучение с плоским спектром внутри полосы пропускания фильтра  $\Delta\lambda$ , можно соотнести зарегистрированную мощность  $P_{\text{det}}$  сигнала на детекторе с полной мощностью  $P_{\text{rad}}$  излучения плазмы в  $4\pi$  срад как

$$P_{\text{det}} = \left( C_{\text{det}} \int C_{\text{f}}(\lambda) \frac{d\lambda}{\Delta\lambda} \right) P_{\text{rad}}, \quad C_{\text{det}} = \frac{\pi R_{\text{det}}^2}{4\pi L_{\text{det}}^2}, \quad (2.10)$$

где  $C_{\text{det}}$  – функция положения детектора, а  $C_{\text{f}}$  – коэффициент пропускания фильтра.

Типичные сигналы излучения точечного разряда в аргоне и ксеноне, измеренные с использованием фильтров и без них во время импульса субтерагерцового излучения, представлены на рисунках 2.17 и 2.18, соответственно. Хотя оптимальные условия для максимальной яркости в общем одинаковы для аргона и ксенона, сигналы показывают немного разную эволюцию во времени.

Для аргона за начальным ростом сигнала во время развития разряда (и установления состояния с высоким средним зарядом плазмы) следует стационарная фаза, а затем происходит распад после выключения гиротрона. Основные параметры стационарной фазы сведены в Таблицу 2.1. Максимальная мощность ЭУФ излучения плазмы на длине волны 18–50 нм  $P_{18-50} = 22$  Вт, достигается при мощности нагрева 180 кВт и давлении 0.55 бар в системе газонапуска. Излучение плазмы аргона в полосе 13–17 нм практически отсутствует.

Для ксенона нет ярко выраженной стационарной фазы: светимость увеличивается со временем, достигая максимального значения в конце импульса нагрева. Данные в таблице 2.1 соответствуют временам непосредственно перед выключением гиротрона. ЭУФ излучение ксеноновой плазмы наблюдается в обеих доступных спектральных полосах. В диапазоне 13–17 нм максимальная мощность света 0.3 Вт достигается при мощности нагрева 250 кВт и давлении 0.4 бар в системе газонапуска. При этих параметрах мощность излучения на длине волны 18–50 нм составляет 5.5 Вт. Экспериментальная ошибка измерения мощности связана, в первую очередь, с повторяемостью от импульса к импульсу – отклонение в несколько микросекунд во времени начала разряда приводит к отклонению светимости плазмы в 10–15%.



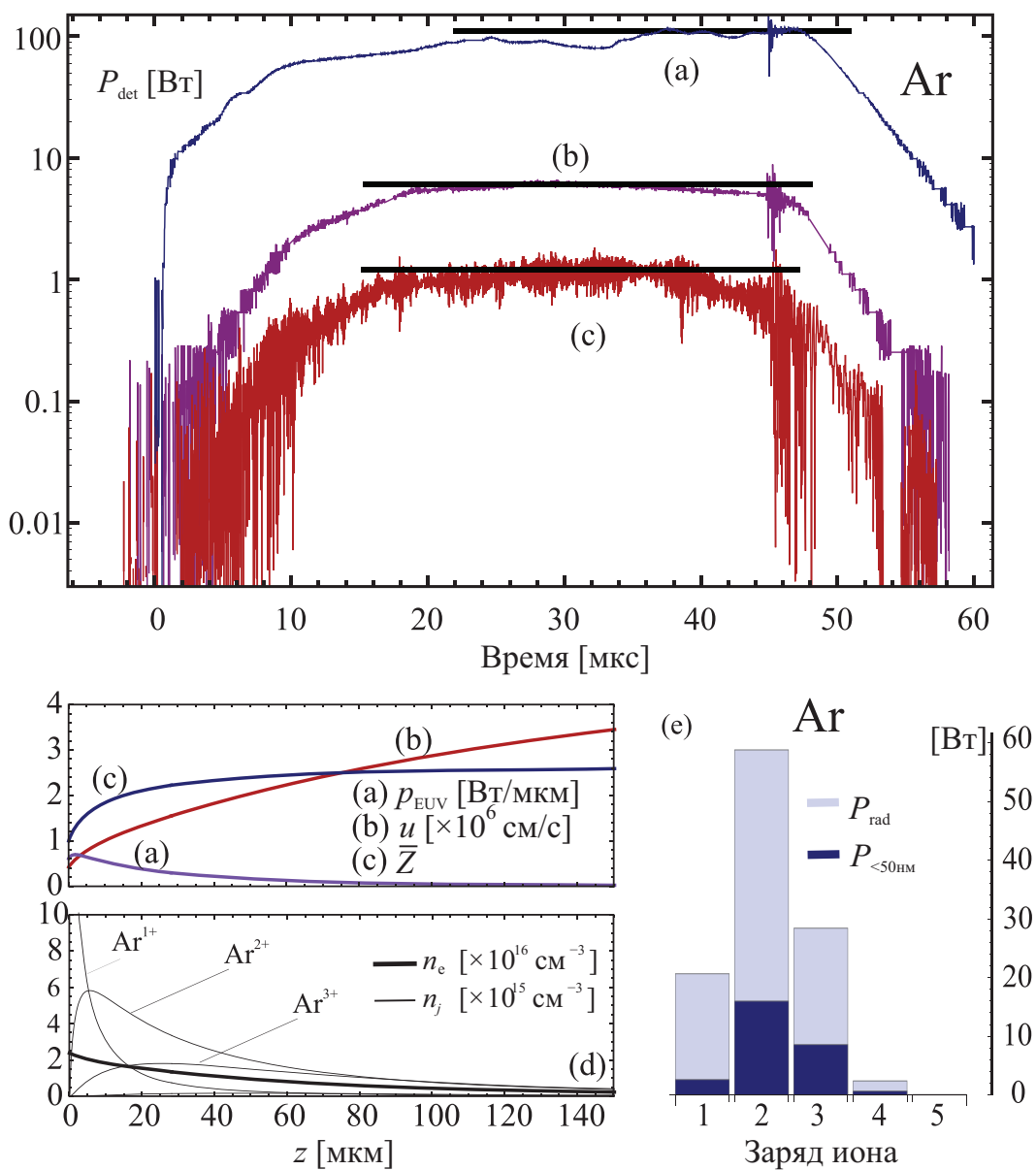


Рис. 2.17. Сверху: измеренные осциллограммы УФ светимости точечного разряда в аргоне с различными фильтрами: (a) без фильтров, (b) 18–50 нм один слой, (c) 18–50 нм два слоя. Импульс микроволнового излучения длится от 0 до 40–50 мкс, мощность нагрева 180 кВт. Снизу: рассчитанные параметры разряда как функции пространственной координаты  $z$  вдоль потока (расстояние от сопла): (a) линейная плотность мощности ЭУФ излучения в полосе 10–50 нм, (b) скорость потока  $u$ , (c) средний заряд  $\bar{Z}$ , концентрация электронов  $n_e$  и концентрации ионных фракций  $n_j$ , (e) распределение мощности излучения (полной и в полосе 10–50 нм) по зарядам ионов. Свободные параметры модели подобраны таким образом, чтобы расчетные мощности излучения соответствовали измеренным.

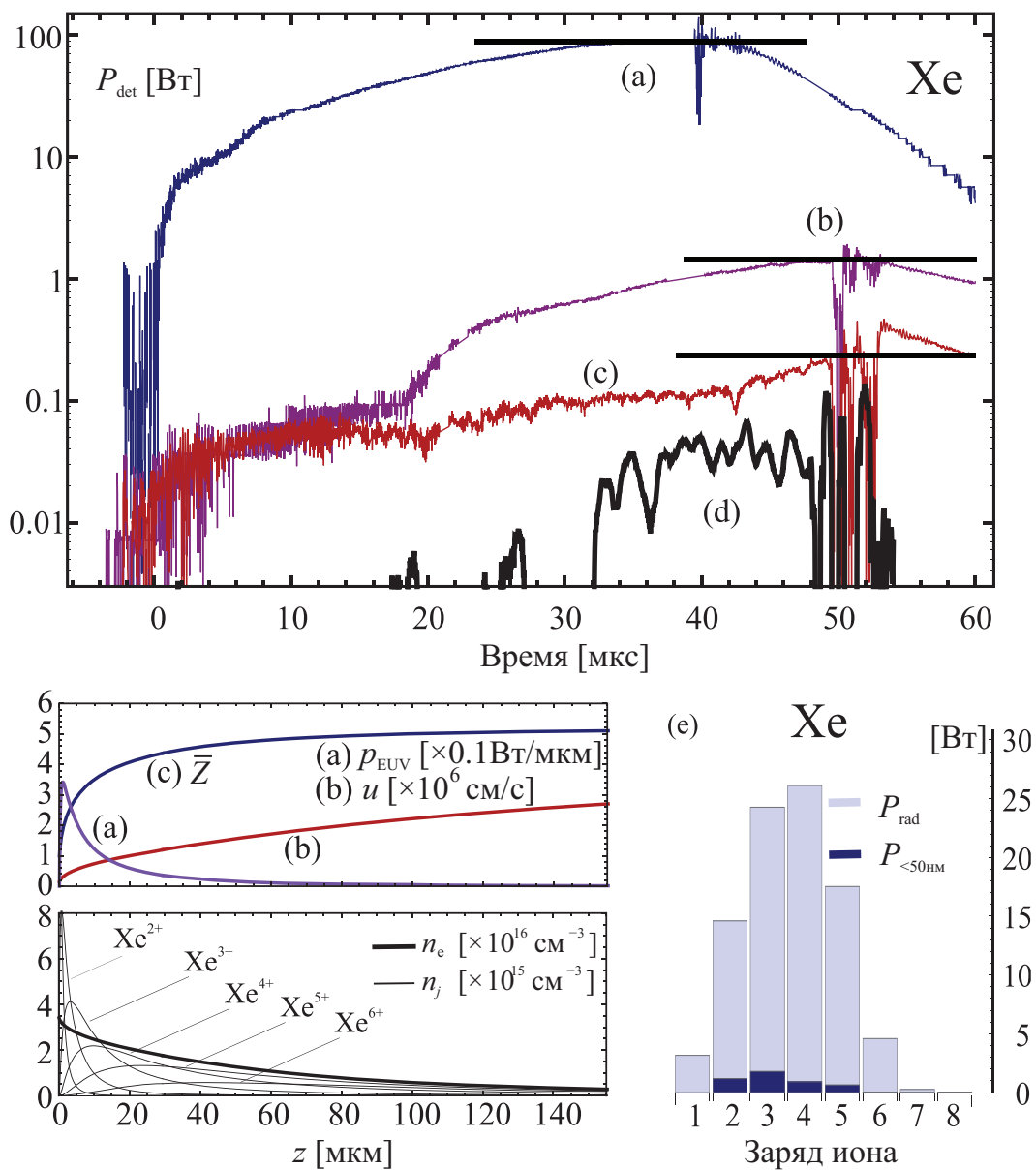


Рис. 2.18. Сверху: измеренные осциллограммы УФ светимости точечного разряда в ксеноне с различными фильтрами: (а) без фильтров, (б) 18–50 нм один слой, (с) 18–50 нм два слоя, (д) 13–17 нм один слой. Импульс микроволнового излучения длится от 0 до 40–50 мкс, мощность нагрева 250 кВт. Снизу: рассчитанные параметры разряда как функции пространственной координаты  $z$  вдоль потока (расстояние от сопла): (а) линейная плотность мощности ЭУФ излучения в полосе 10–50 нм, (б) скорость потока  $u$ , (с) средний заряд  $\bar{Z}$ , концентрация электронов  $n_e$  и концентрации ионных фракций  $n_j$ , (е) распределение мощности излучения (полной и в полосе 10–50 нм) по зарядам ионов. Свободные параметры модели подобраны таким образом, чтобы расчетные мощности излучения соответствовали измеренным.

Таблица 2.1. Измеренные и рассчитанные параметры точечного разряда, излучающего в ЭУФ диапазоне. Моделирование выполнено для параметров  $\Gamma$ ,  $T_e$ ,  $\eta_n$ , подобранных так, чтобы расчетные мощности излучения плазмы, регистрируемого детектором с одинарным Al/Si фильтром, двойным Al/Si фильтром и без фильтров, соответствовали мощностям, измеренным в эксперименте.

Параметр	Аргон	Ксенон
<i>Эксперимент</i>		
Мощность ЭУФ излучения, 13–17 нм	–	0.3 Вт
Мощность ЭУФ излучения, 18–50 нм	22 Вт	5.5 Вт
КПД, 18–50 нм	$1.2 \times 10^{-4}$	$3 \times 10^{-5}$
Мощность излучения (без фильтров)	110 Вт	90 Вт
Мощность микроволнового излучения	180 кВт	250 кВт
Давление в системе газонапуска	0.55 бар	0.4 бар
<i>Моделирование</i>		
Поток плазмы $\Gamma$	$1.8 \times 10^{18} \text{с}^{-1}$	$0.9 \times 10^{18} \text{с}^{-1}$
Температура электронов $T_e$	45 эВ	45 эВ
Линейная плотность нейтрального газа $\eta_n$	$4.5 \times 10^{16} \text{см}^{-2}$	$6 \times 10^{16} \text{см}^{-2}$
Макс. концентрация электронов $n_e$	$2.4 \times 10^{16} \text{см}^{-3}$	$3.4 \times 10^{16} \text{см}^{-3}$
Макс. средний заряд ионов $\bar{Z}$	2.7	5.2

Прямые измерения большинства ключевых параметров, таких как температура электронов и плотность плазмы в обсуждаемом эксперименте недоступны. Для его интерпретации использовалась разработанная нами газодинамическая модель. Как уже отмечалось свободными параметрами в данном случае удобно считать температуру электронов и полный поток тяжелых частиц. Задав значение этих параметров, можно смоделировать режим течения плазмы и по найденным концентрациям ионных фракций рассчитать мощности излучения плазмы, регистрируемые на детекторе

$$P_{\text{det}} = \int \sum_j \sum_{h,l} C_t(\lambda_{jhl}) \Delta E_{jhl} k_{jhl}^* n_e n_j dV, \quad (2.11)$$

где  $C_t = C_{\text{det}} C_f$ . Подбирая  $T_e$  и  $\Gamma$  таким образом, чтобы расчетные  $P_{\text{det}}$  соответствовали измеренным для доступных комбинаций фильтров, определяем полный поток тяжелых частиц и температуру электронов в исследуемом разряде, а также соответствующие им профили скорости потока, плотностей ионных фракций, плотности электронов и излучения.

Однако, применяя эту стратегию, мы сталкиваемся с двумя трудностями. Во-первых, модель описывает только стационарную фазу разряда. Если с интерпретацией данных для аргона при этом нет проблем, то для ксенона выраженная стационарная фаза практически отсутствует. Здесь мы предполагаем, что разряд достаточно близок к стационарному перед выключением гиротрона.

Вторая проблема заключается в том, что формула (2.11) систематически предсказывает более высокий относительный уровень излучения на коротковолновой границе ЭУФ лиапазона

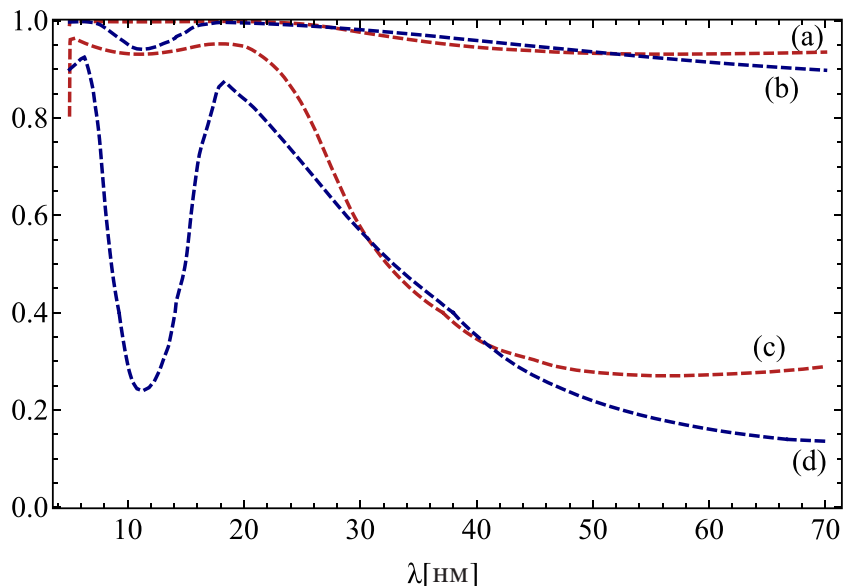


Рис. 2.19. Коэффициенты пропускания нейтрального газа  $C_n(\lambda)$  для различных линейных плотностей  $\eta_n$ : (а) Ar при  $1.5 \times 10^{15} \text{ см}^{-2}$ , (б) Xe при  $1.5 \times 10^{15} \text{ см}^{-2}$ , (с) Ar при  $4.5 \times 10^{16} \text{ см}^{-2}$ , (д) Xe при  $6 \times 10^{16} \text{ см}^{-2}$ .

(13–17 нм, 18–50 нм) по сравнению с длинноволновой (70–100 нм). Проблему снимает учет поглощения УФ излучения в остаточном нейтральном газе. Ранее этим фактором мы пренебрегали в предположении хорошего согласования микроволнового излучения с плазмой, что приводит к эффективной ионизации всей газовой струи. Поскольку в данном эксперименте согласование далеко от оптимального, можно ожидать, что излучающий разряд будет окружен слоем низкоионизированного вещества. Фотоионизацию этого вещества квантами УФ излучения учитываем добавлением дополнительного коэффициента пропускания  $C_n$ , который определяется аналогично вероятности выхода фотона (1.48)

$$C_n(\lambda_{jhl}) = \int a(\omega) e^{-\zeta a(\omega)/a(0)} d\omega, \quad \zeta = \sigma_\nu(\lambda_{jhl}) \langle n_n r_\nu \rangle, \quad (2.12)$$

где  $\sigma_\nu(\lambda_{jhl})$  – сечение фотоионизации [66],  $n_n$  – концентрация нейтрального газа,  $r_\nu$  – расстояние, которое должен пройти фотон для выхода в вакуум,  $\langle \dots \rangle$  обозначает усреднение по объему потока. Параметр  $\eta_n = \langle n_n r_\nu \rangle$ , таким образом, является еще одним параметром, который должен быть подобран. Он характеризует среднюю плотность нейтралов, окружающих разряд. Полученные коэффициенты пропускания показаны на рисунке 2.19. Для каждого газа построены две кривые: одна для  $\eta_n$ , при которой  $C_n > 0.9$  (кривые а и б), другая отвечает  $\eta_n$ , подобранной так, чтобы расчетные мощности излучения соответствовали измеренным (кривые с и д).

Таким образом, поглощение окружающим нейтральным газом действительно может затруднить выход излучения на длинноволновой границе ЭУФ диапазона. Более того, для ксенона также имеется окно непрозрачности в районе 10 нм. Это обозначает, что источник целевого излучения в диапазоне  $11.2 \pm 1\%$  нм будет являться крайне требовательным к качеству вакуума в камере. Большая часть мощности, поглощенной нейтральным газом, будет излучена им при рекомбинации. Минимальные длины волн рекомбинационного излучения, определяемые потенциалом ионизации, составляют для аргона 79 нм, а для ксенона 103 нм. Поэтому учет  $C_n$  необходим только при вычислении мощности излучения, проходящего через фильтры ( $\lambda < 50$

нм). При вычислении полной мощности излучения, регистрируемой детектором без фильтров, коэффициент  $C_n$  должен быть опущен.

На рисунках 2.17, 2.18 и в таблице 2.1 представлены результаты моделирования, отвечающие к набору наиболее мощных сигналов, измеренных с помощью Al/Si фильтра 18-50 нм в экспериментах с аргоном и ксеноном: восстановлены пространственные распределения ключевых параметров плазмы и распределение мощности излучения по ионным фракциям. Температура электронов в обоих разрядах составила 45 эВ. Расчетная плотность электронов  $\sim 3 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$  хорошо согласуется с результатами измерений в аналогичных условиях [67]. Более тяжелый ксенон легче ионизируется электронным ударом, чем аргон, и поэтому отличается более высокой плотностью электронов и средним зарядом ионов. Однако ионы ксенона все еще недостаточно ионизированы, чтобы эффективно излучать в полосе  $11.2 \pm 1\%$  нм. Достаточно высокая эффективная плотность окружающего нейтрального газа,  $\langle n_n \rangle \sim \eta_n/d \sim 3 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , где  $d \sim 150 \mu\text{м}$  – характерный поперечный размер струи, который сравним с плотностью нейтралов внутри сопла, оставляет возможность значительного повышения эффективности генерации ЭУФ излучения за счет лучшей откачки.

## 2.2.5 Заключение к главе II

Результаты исследования концепции источника ЭУФ излучения на основе плазмы вакуумной дуги, дополнительно нагреваемой микроволновым излучением в магнитной ловушке, дают основания рассматривать ее как возможный «экстенсивный» путь развития источников ЭУФ излучения. Дело в том, что геометрический фактор излучающей области для успешной фокусировки сгенерированного излучения не должен превышать  $3.3 \text{ мм}^2/\text{срад}$ , то есть излучающая область должна иметь характерные размеры не более 1 мм (условие точечности) [17]. Таким образом, чтобы грубо оценить дополнительные потери и вычислить эффективный КПД при использовании источника с протяженной излучающей областью, можно умножить мощность генерируемого им ЭУФ излучения на отношение  $1 \text{ мм}^3$  к объему этой области. В представленном выше оптимизированном случае этот объем составляет около  $150 \text{ мм}^3$ . Тогда отношение объемов составляет 0.007, и такой источник будет иметь  $20\% \times 0.007 \approx 1.3\%$  эффективного КПД и абсолютную мощность излучения в  $13.5 \pm 1\%$  нм около 80 Вт. Это ниже заявляемых КПД и мощностей источников на основе лазерного испарения вещества ( $250 \text{ Вт}/5\%$  в [27]), но, в целом, величины получаются вполне сопоставимыми даже при такой грубой оценке. То есть вместо того, чтобы стремиться уменьшить объем разряда при сохранении интенсивности излучения, можно попытаться использовать разряд большего размера, излучающий в целевом диапазоне «с запасом», и пожертвовать впоследствии некоторой частью мощности сгенерированного излучения, по-возможности адаптируя систему зеркал к неточечному источнику для уменьшения жертвуемой части.

Тем не менее развитие источников ЭУФ излучения на основе микроволнового разряда пошло по представлявшемуся более перспективным «интенсивному» пути, предполагающему сохранение мощности ЭУФ излучения при уменьшении объема разряда за счет поддержания плазмы более высокой ( $10^{16}$ – $10^{19} \text{ см}^{-3}$ ) плотности излучением субтерагерцового диапазона частот.

Моделирование источника на основе субтерагерцового разряда в свободно расширяющемся ксеноне демонстрирует возможность получения эффективности генерации ЭУФ излучения, сравнимого или даже превышающего эффективность аналогичных устройств на основе лазерной плазмы [26, 27]. Важную роль при этом играет эффект запираания излучения в плотной плазме: линии с низкими энергиями перехода запираются в объеме разряда при меньших плотностях нежели целевое ЭУФ излучение, что положительно сказывается на эффективности его генерации.

Попытка реализации обсуждаемого источника в ближайших к настоящему моменту экспериментах (2018 г.) в очередной раз продемонстрировала общую состоятельность концепции, обеспечив излучение мощностью 20 Вт в диапазоне 18–50 нм [5A]. В ходе экспериментальной кампании разработанная теория была использована для диагностики плазмы: с ее помощью было восстановлено распределение ионов по кратностям ионизации в разряде, включая пространственное распределение ионных фракций, а также плотности электронов и скорости потока, определена температура электронов. Целевого ЭУФ излучения в экспериментах продемонстрировать не удалось. Причиной явилась крайне низкая (около 0.1%) эффективность поглощения микроволнового излучения. Моделирование на основе методики, предложенной в [57], показывает, что эффективному согласованию микроволнового излучения с плазмой разряда препятствует слишком низкая частота использованного гиротрона (250 ГГц/250 кВт), и при использовании гиротронов с большей частотой результат мог бы быть существенно улучшен. Так, частота 670 ГГц, отвечающая гиротрону [61], использованному ранее для демонстрации точечного разряда в потоке аргона, оказывается близкой к оптимальной [5A]. К сожалению, экспериментов с плазмой ксенона, поддерживаемой излучением данного гиротрона не проводилось. На данный момент реализуется проект по использованию для этих целей гиротронов с большой орбитой, но экспериментальных данных на момент написания диссертации не получено [68].

## Глава III

# Поглощение микроволнового излучения неоднородным плазменным потоком

При поглощении энергии высокочастотного электромагнитного поля неоднородным потоком плазмы в линейном режиме, то есть когда свойства среды под воздействием поля не изменяются, динамика потока не оказывает на этот процесс непосредственного влияния: характеристики поглощения могут быть определены для любого наперед заданного профиля концентрации электронов. Однако резонансное поглощение не всегда происходит в линейном режиме, поскольку сопряжено с существенным усилением электромагнитного поля в плазме. Такое усиление может приводить к тому, что усредненная ponderomotive сила, действующая на электроны плазмы, будет сопоставимой по величине с силами, возникающими за счет градиента давления плазмы в потоке. В этом случае характеристики потока и электромагнитного поля должны определяться согласованно.

В настоящей главе предложена простая модель квазиодномерного стационарного потока неравновесной плазмы, распространяющегося вдоль оси открытой магнитной ловушки и поддерживаемого высокочастотным электромагнитным полем. Модель позволяет качественно исследовать возможные режимы течения плазмы в присутствии наведенного внутреннего высокочастотного поля, усиленного вследствие дипольного резонанса, определить основные особенности и ключевые характеристики нелинейного поглощения энергии внешнего поля [6A].

### 3.1 Рассеяние и поглощение высокочастотного поля на однородном плазменном цилиндре

Рассмотрим вспомогательную задачу о рассеянии падающей монохроматической электромагнитной волны на однородном плазменном цилиндре радиуса  $a$ , помещенном во внешнее однородное статическое магнитное поле (рис. 3.1). Это стандартная задача теории дифракции, решения которой для произвольного соотношения между длиной волны и поперечным размером цилиндра в виде разложения по цилиндрическим гармоникам хорошо известны как для изотропного [69, 70], так и для анизотропного [71, 72] диэлектрического отклика. В случае, когда диаметр цилиндра много меньше длины волны, эта задача может быть решена в квазистатиче-

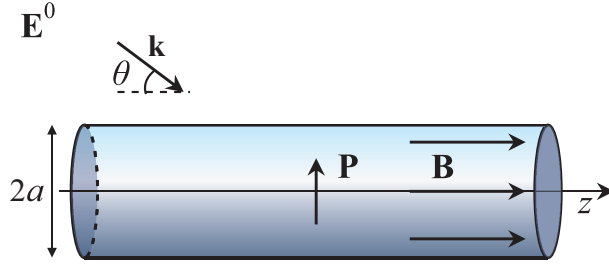


Рис. 3.1. Пояснение к модели взаимодействия высокочастотного поля с однородным плазменным цилиндром, помещенным во внешнее однородное статическое магнитное поле.

ском приближении [70,73]. В этом приближении вариацией падающего поля на внешней границе цилиндра можно пренебречь.

Будем считать, что зависимость от координаты  $z$  гармоническая, и волна падает на плазменный цилиндр под определенным углом  $\theta$  к его оси. Допустим также, что размер цилиндра много меньше длины волны *внутри* плазмы, поэтому поле внутри цилиндра будем считать однородным по поперечной координате. Таким образом, поле внутри и снаружи от цилиндра может быть представлено в виде

$$\tilde{\mathbf{E}}^{\text{int}} = \mathbf{E}^{\text{int}} \exp(ik_0 z \cos \theta - i\omega t), \quad (3.1)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}^{\text{out}} = \mathbf{E}^{\text{out}} \exp(ik_0 z \cos \theta - i\omega t), \quad (3.2)$$

где  $\mathbf{E}^{\text{int}}$  и  $\mathbf{E}^{\text{out}}$  – комплексные амплитуды поля внутри и снаружи от цилиндра, соответственно.

Когда внешнее магнитное поле направлено вдоль образующей цилиндра возникает дополнительное упрощение, связанное с тем, что ось гиротропии диэлектрического отклика совпадает с осью цилиндра. При этом задачи о возбуждении колебаний плазмы высокочастотным полем  $\mathbf{E}$ , параллельным оси цилиндра и перпендикулярным ей, могут рассматриваться независимо. Также известно, что резонансное усиление поля при рассеянии на цилиндрическом объекте, много меньшем длины волны, возможно только для поперечного по отношению к оси цилиндра падающего поля [73]. Это усиление связано с возбуждением в системе электродипольного резонанса. Поэтому мы можем ограничиться рассмотрением только поперечной компоненты падающего поля. Такое описание падающей на цилиндр волны эквивалентно разложению падающего поля по цилиндрическим волнам и учету только цилиндрических волн с азимутальным номером  $m = 1$  [70].

При выполнении перечисленных выше условий поле вне цилиндра может быть записано как

$$\mathbf{E}^{\text{out}} = \mathbf{E}^0 + \pi a^2 \left( \frac{4(\mathbf{P} \cdot \mathbf{r}_\perp) \mathbf{r}_\perp}{r^4} - \frac{2\mathbf{P}}{r^2} + i\pi \tilde{k}^2 \mathbf{P} \right), \quad (3.3)$$

где  $\mathbf{E}^0$  – комплексная амплитуда поля падающей волны,  $\mathbf{P}$  – комплексная амплитуда вектора поляризации,  $\mathbf{r}_\perp = (x, y)$  – поперечная оси цилиндра составляющая радиус-вектора,  $\tilde{k}^2 = k_0^2 (1 + \cos^2 \theta) / 2$ . Последний член в правой части (3.3) описывает влияние радиационных попра-



вок на рассеяние волны<sup>1</sup> [73–75]. При отсутствии диссипации именно он ограничивает величину поля внутри цилиндра в резонансе.

Наведенная поляризация определяется полем  $\mathbf{E}^{\text{int}}$  возбуждаемым внутри цилиндра

$$\mathbf{P} = \hat{\chi} \mathbf{E}^{\text{int}}, \quad \hat{\chi} = \frac{1}{4\pi}(\hat{\varepsilon} - 1) \quad (3.4)$$

где  $\hat{\chi}$  и  $\hat{\varepsilon}$  – тензоры диэлектрической восприимчивости и проницаемости, соответственно. Сшивая тангенциальные компоненты напряженности  $\mathbf{E}$  и нормальные компоненты индукции  $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$  внешнего и внутреннего электрических полей на границе плазменного цилиндра, получаем

$$E_{\tau}^{\text{out}} = E_{\tau}^0 + (i\pi^2 \tilde{k}^2 a^2 - 2\pi) (\hat{\chi} \mathbf{E}^{\text{int}})_{\tau} = E_{\tau}^{\text{int}}, \quad (3.5)$$

$$D_r^{\text{out}} = E_r^0 + (i\pi^2 \tilde{k}^2 a^2 + 2\pi) (\hat{\chi} \mathbf{E}^{\text{int}})_r = E_r^{\text{int}} + 4\pi (\hat{\chi} \mathbf{E}^{\text{int}})_r = D_r^{\text{int}}, \quad (3.6)$$

или, преобразуя данные выражения и записывая результат в векторной форме,

$$(1 + (2\pi - i\pi^2 \tilde{k}^2 a^2) \hat{\chi}) \mathbf{E}^{\text{int}} = \mathbf{E}^0. \quad (3.7)$$

С точностью до замены тензора  $\hat{\chi}$  на скалярную поляризуемость  $\chi$ , полученный результат эквивалентен случаю дипольного рассеяния поперечно поляризованной по отношению к оси изотропного диэлектрического цилиндра волны.

Для стиковых компонент электрического поля

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \\ E_{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (E_x + iE_y)/\sqrt{2} \\ (E_x - iE_y)/\sqrt{2} \\ E_z \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

тензор диэлектрической восприимчивости холодной плазмы во внешнем однородном магнитном поле будет диагональным:

$$P_{\pm} = \frac{\varepsilon_{\pm} - 1}{4\pi} E_{\pm}^{\text{int}}, \quad P_{\parallel} = \frac{\varepsilon_{\parallel} - 1}{4\pi} E_{\parallel}^{\text{int}}, \quad (3.9)$$

где  $\varepsilon_{\pm}$  и  $\varepsilon_{\parallel}$  определяются выражениями

$$\varepsilon_{\parallel} = 1 - \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{\omega(\omega + i\nu)}, \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{\omega(\omega \pm \omega_B + i\nu)}. \quad (3.11)$$

Здесь  $\omega_{\text{pl}}$  – электронная плазменная частота,  $\omega_B$  – электронная циклотронная частота,  $\nu$  – эффективная частота соударений электронов. Вообще говоря, в  $\varepsilon_{\pm}$  есть также слагаемые, связанные с наличием ионной компоненты, но для микроволнового разряда соответствующие ионные частоты малы по сравнению с частотой излучения, поэтому указанными слагаемыми можно пренебречь.

<sup>1</sup>Данный член может быть получен при разложении поля, излучаемого дипольной нитью, по малому параметру  $k_0 a \ll 1$  до третьего порядка, то есть, в отсутствие диссипации, до первого не исчезающего порядка в мнимой части комплексной амплитуды поля. Соответствующие слагаемые разложения отвечают за возникновение в рассматриваемом поле эффекта торможения излучением [75].

Используя соотношения (3.7) и (3.9), получаем выражение для интенсивности поля внутри внутри плазменного цилиндра

$$\frac{|E_{\pm}^{\text{int}}|^2}{|E_{\pm}^0|^2} = \frac{4\omega^2(\nu^2 + (\omega \pm \omega_B)^2)}{4(\nu\omega + \pi\tilde{k}^2 a^2 \omega_{\text{pl}}^2/4)^2 + (\omega_{\text{pl}}^2 - 2\omega(\omega \pm \omega_B))^2}. \quad (3.12)$$

Видно, что в данном случае при выполнении условий

$$|\omega_{\text{pl}}^2 - 2\omega(\omega \pm \omega_B)| \sim (\nu\omega + \omega_{\text{pl}}^2 \pi\tilde{k}^2 a^2/4) \ll \omega_{\text{pl}}^2, \quad (3.13)$$

происходит резкое усиление поля  $|E_{\pm}^{\text{int}}| \sim \omega_{\text{pl}}^2 |E_{\pm}^0| / (4\nu\omega + \pi\tilde{k}^2 a^2 \omega_{\text{pl}}^2)$ . Отвечающий этим условиям резонанс

$$\omega = \Omega_{\pm} \equiv \frac{1}{2}(\sqrt{2\omega_{\text{pl}}^2 + \omega_B^2} \mp \omega_B) \quad (3.14)$$

представляет собой *дипольный резонанс с плазменным цилиндром*. В обозначениях Стикса это соответствует  $\varepsilon_{\pm}(\omega) = -1$  при  $\nu \rightarrow 0$ . В дальнейшем термин *резонансный* в данной главе применяется по отношению к величинам в окрестности этого резонанса.

Из выражения (3.12) видно, что в окрестности циклотронного резонанса  $\omega = \omega_B$  резонансная компонента поля  $E_-$ , вращающаяся в ту же сторону, что и электроны, принимает наименьшее значение  $|E_-^{\text{int}}| \sim \nu^2 \omega^2 |E^0|^2 / \omega_{\text{pl}}^4$ , то есть не проникает в достаточно плотную плазму.

Определим энергетические характеристики излучения – объемные плотности мощности экстинкции  $q^e$ , поглощения  $q^a$  и рассеяния  $q^s = q^e - q^a$ . Экстинкция и поглощение излучения определяются формулами [76]

$$q^e = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{j}^* \cdot \mathbf{E}^0), \quad (3.15)$$

$$q^a = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{j}^* \cdot \mathbf{E}^{\text{int}}), \quad (3.16)$$

где  $\mathbf{j} = \partial \mathbf{P} / \partial t = -i\omega \hat{\chi} \mathbf{E}^{\text{int}}$ . Пользуясь этими соотношениями, а также соотношениями (3.7) и (3.9), находим

$$q_{\pm}^a = \frac{8\nu\omega^2 \omega_{\text{pl}}^2 \cdot W_{\pm}^0}{4(\nu\omega + \pi\tilde{k}^2 a^2 \omega_{\text{pl}}^2/4)^2 + (\omega_{\text{pl}}^2 - 2\omega(\omega \pm \omega_B))^2}, \quad (3.17)$$

$$q_{\pm}^s = \frac{2\pi\tilde{k}^2 a^2 \omega \omega_{\text{pl}}^4 \cdot W_{\pm}^0}{4(\nu\omega + \pi\tilde{k}^2 a^2 \omega_{\text{pl}}^2/4)^2 + (\omega_{\text{pl}}^2 - 2\omega(\omega \pm \omega_B))^2}, \quad (3.18)$$

где  $W_{\pm}^0 = |E_{\pm}^0|^2 / 16\pi$  – средняя плотность энергии стиковых компонент поля падающей волны. Очевидно, что в формулы для энергетических характеристик входит тот же резонансный множитель, что и в выражение для интенсивности (3.12), то есть резонанс (3.14) определяет также эффективность поглощения и рассеяния энергии падающего поля. Если в разложении поля падающей волны по стиковым компонентам (3.8) присутствуют обе циркулярные компоненты, то соответствующие энергетические характеристики должны складываться.

Вообще говоря, поглощение мощности падающей на столб плазмы волны может происходить не только за счет столкновений электронов и ионов, но также за счет генерации плазменных волн вследствие неоднородности плазмы поперек оси  $z$ . При этом, сам эффект дипольного резонанса является грубым [73], поэтому в нашей постановке поглощение, связанное с генерацией

плазменных волн, можно качественно учесть переопределением эффективной частоты соударений  $\nu$ . Один из возможных способов заключается в подборе такой  $\nu$ , чтобы добротность по поглощению  $Q_{\pm}$  принимала заданное значение (известное, например, из численного моделирования). В терминах нашей статьи добротность по поглощению может быть представлена в виде

$$Q_{\pm} = \frac{\Omega_{\pm} W_{\pm}^{\text{int}}}{q_{\pm}^a} \approx \frac{\Omega_{\pm} (\Omega_{\pm} \pm \omega_B)^2}{2\nu\omega_{\text{pl}}^2}, \quad (3.19)$$

где  $W_{\pm}^{\text{int}} = |E_{\pm}^{\text{int}}|^2/16\pi$  – плотность энергии электрического поля в плазме. Таким образом, приведенное соотношение может выступать в качестве уравнения для  $\nu$ . Далее мы не будем конкретизировать природу мнимой добавки к частоте излучения, а  $\nu$  будем считать внешним параметром задачи.

## 3.2 Модификация потока плазмы под действием пондеромоторной силы

Рассмотрим гидродинамические уравнения стационарного течения неравновесной плазмы, аналогичные (1.6) и (1.7), но для упрощения анализа взаимодействия потока и поля ограничимся рассмотрением однократно ионизированной плазмы. Площадь поперечного сечения потока  $S(z)$  определяется соотношением (2.8) в силу сохранения магнитного потока  $\int B dS$ . Уравнения динамики плазмы с учетом силы, действующей на электроны со стороны высокочастотного поля (пондеромоторной силы), записываются как

$$\frac{d}{dz} (Snu) = 0, \quad (3.20)$$

$$\frac{d}{dz} (Sm_i nu^2) + S \frac{d}{dz} (nT_e) = S \langle f_z \rangle, \quad (3.21)$$

где  $\langle f_z \rangle$  – проекция на ось  $z$  плотности усредненной пондеромоторной силы, действующей на электроны плазмы. Соответствующей силой, действующей на ионы, мы пренебрегаем в силу разницы в массах электронов и ионов.

Пондеромоторная сила может быть представлена в виде [77]

$$\langle f_z \rangle = -n \frac{d\Phi}{dz}, \quad (3.22)$$

где  $\Phi$  – потенциал усредненной силы, действующей на уединенный электрон во внешнем высокочастотном электромагнитном поле в присутствии постоянного магнитного поля [78]

$$\Phi = \frac{e^2}{4m_e\omega} \left( \frac{|E_z^{\text{int}}|^2}{\omega} + \frac{|E_-^{\text{int}}|^2}{\omega - \omega_B(z)} + \frac{|E_+^{\text{int}}|^2}{\omega + \omega_B(z)} \right), \quad (3.23)$$

здесь  $e$  – заряд электрона. Поскольку резонансного усиления продольной компоненты электрического поля не происходит, первым слагаемым в потенциале (3.23) будем пренебрегать.

В настоящем исследовании рассмотрим случай, когда характерные масштабы продольной неоднородности плазмы  $l$  много больше масштабов поперечной неоднородности и длины волны гребущего поля,

$$a \ll 2\pi/k_0 \ll l. \quad (3.24)$$

В этих условиях можно считать, что локальное высокочастотное электрическое поле  $\mathbf{E}^{\text{int}}$  определяется соотношением (3.3), в котором вместо  $\tilde{k}^2$  стоит дифференциальный оператор

$$\tilde{k}^2 \rightarrow \frac{1}{2}[k_0^2 + (k_z - id/dz)^2] \approx \tilde{k}^2 - ik_0 \cos \vartheta d/dz. \quad (3.25)$$

Уравнение (3.7) для внутреннего поля при этом переписется в виде

$$\left(1 + \left(2\pi - i\pi^2 a^2 \hat{\chi} \left(\tilde{k}^2 - ik_0 \cos \vartheta \frac{d}{dz}\right)\right)\right) \mathbf{E}^{\text{int}} = \mathbf{E}^0. \quad (3.26)$$

Учитывая выражение (3.9) для стиковых компонент поляризации плазмы, можно убедиться, что производной по координате можно пренебречь при выполнении условия (3.24), в котором продольный масштаб неоднородности определен как

$$l \sim \max((\nu/\omega)L_{\text{pl}}, (k_0 a)^2 L_{\text{pl}}). \quad (3.27)$$

Здесь  $L_{\text{pl}} \sim (d \ln B/dz)^{-1}$  – совпадающие по порядку величины масштабы неоднородности внешнего магнитного поля и концентрации плазмы. Физический смысл получившегося условия вполне понятен – для электродинамической задачи масштаб неоднородности определяется размером области резонансного усиления поля, которая определяется либо диссипацией ( $\propto \nu$ ), либо рассеянием ( $\propto (k_0 a)^2$ ). Если эта область велика по сравнению с длиной волны, то для определения внутреннего поля мы можем пользоваться «локальным» выражением (3.12), в котором  $a$ ,  $\omega_{\text{pl}}$  и  $\omega_B$  зависят от координаты  $z$ :

$$a = \sqrt{\frac{S(z)}{\pi}}, \quad \omega_{\text{pl}} = \sqrt{\frac{4\pi e^2}{m_e} n(z)}, \quad \omega_B = \frac{S_{\text{min}} \omega_{Bp}}{S(z)}, \quad (3.28)$$

где  $S_{\text{min}}$  и  $\omega_{Bp}$  – площадь поперечного сечения потока и электронная циклотронная частота в максимуме внешнего магнитного поля  $B_{\text{max}}$ . Таким образом, при рассмотрении электродинамической части задачи неоднородный поток плазмы может рассматриваться как набор однородных цилиндрических объектов с параметрами, распределенными в соответствии с решениями гидродинамических уравнений (см. рис. 3.2). Это главное допущение, лежащее в основе рассматриваемой ниже модели.

Подставляя (3.28) в условия резонанса (3.14), определим значение «резонансной концентрации»

$$n_{\text{res}}^{\pm}(z) = \frac{m_e \omega^2}{2\pi e^2} \left(1 \pm \frac{\omega_B(z)}{\omega}\right), \quad (3.29)$$

индексы « $\pm$ » соответствуют циркулярным компонентам  $E_+$  и  $E_-$ . Разница между двумя резонансными концентрациями для различных стиковых компонент как правило будет превосходить максимально возможный разброс концентраций плазмы в ловушке. В самом деле, отношение концентрации плазмы в минимуме внешнего магнитного поля к концентрации в его максимуме  $n_{\text{m}}/n_{\text{p}}$  можно выразить из системы уравнений (3.20), (3.21)

$$\frac{n_{\text{m}}}{n_{\text{p}}} = \exp \left[ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) - \frac{\Phi - \Phi_{\text{p}}}{m_i c^2} \right], \quad (3.30)$$

и оценить сверху значением  $\sqrt{e}$ , где  $e$  – основание натурального логарифма ( $\Phi_{\text{p}}$  – значение потенциала усредненной поперечной силы в максимуме внешнего магнитного поля). Тогда

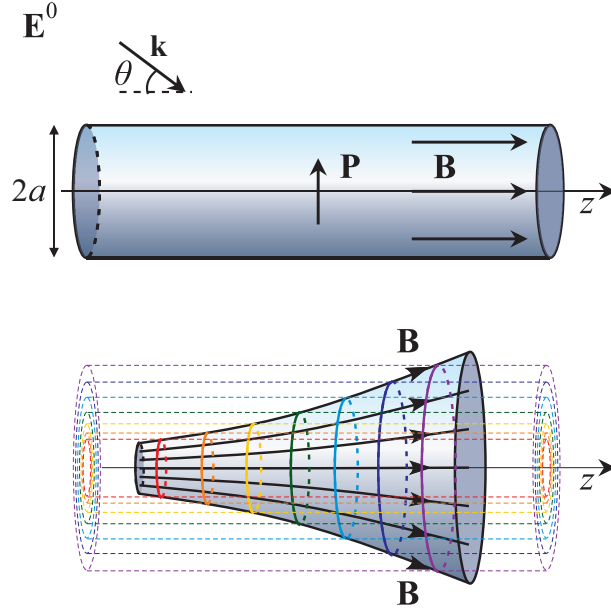


Рис. 3.2. Пояснение к модели взаимодействия высокочастотного поля с потоком плазмы, каналируемым внешним магнитным полем.

максимальная разница между концентрациями плазмы в ловушке есть  $\Delta n_{\max} = n_m - n_p = (\sqrt{\epsilon} - 1)n_p$ , что в комбинации с (3.29) порождает оценку

$$\frac{n_{\text{res}}^+ - n_{\text{res}}^-}{\Delta n_{\max}} \gtrsim \frac{6\omega\omega_B}{\omega_{\text{pl}}^2}. \quad (3.31)$$

Таким образом, разница между двумя резонансными концентрациями  $n_{\text{res}}^+ - n_{\text{res}}^-$  в большинстве случаев будет превосходить максимально возможный разброс концентраций плазмы в ловушке  $\Delta n_{\max}$ , то есть наличие резонанса с одной из циркулярных компонент поля гарантирует отсутствие резонанса с другой.

Для определенности в дальнейшем будем рассматривать поле падающей волны, содержащее только компоненту  $E_+$ , отвечающую большему значению резонансной концентрации. Тогда с учетом (3.12) потенциал пондеромоторной силы  $\Phi$ , действующей на электроны, может быть записан в виде

$$\Phi = \frac{e^2(E^0)^2}{m_e} \frac{\omega(\omega + \omega_B)}{4(\nu\omega + \pi\tilde{k}^2 a^2 \omega_{\text{pl}}^2/4)^2 + (\omega_{\text{pl}}^2 - 2\omega(\omega + \omega_B))^2}. \quad (3.32)$$

Это выражение получено в приближении  $\nu \ll \omega + \omega_B$ ; в противном случае в силу условия (3.13) резонансное усиление поля не проявляется.

### 3.3 Модель

Если температура электронов не зависит от координаты, система уравнений (3.20)–(3.21) может быть сведена к двум первым интегралам

$$Snu = S_{\min} n_p c$$

$$\frac{u^2}{2c^2} - \ln\left(\frac{uS}{cS_{\min}}\right) + w(\phi - \phi_p) = \frac{1}{2}, \quad (3.33)$$

где  $n_p$  – концентрация плазмы в максимуме внешнего магнитного поля (магнитной пробке),  $c = \sqrt{T_e/m_i}$  есть скорость «изотермического» ионного звука,  $w = E_0^2/8\pi n_p m_i c^2$  – приведенная плотность энергии поля падающей волны,  $\phi = 8\pi n_p \Phi/E_0^2$  – приведенный безразмерный потенциал усредненной пондеромоторной силы

$$\phi = \frac{2\tilde{\omega}_{pl}^2(1 + \tilde{\omega}_B)}{4(\tilde{\nu} + \pi\tilde{k}^2 a^2 \tilde{\omega}_{pl}^2/4)^2 + (\tilde{\omega}_{pl}^2 - 2(1 + \tilde{\omega}_B))^2} \frac{n_p}{n}, \quad (3.34)$$

где  $\tilde{\omega}_{pl} = \omega_{pl}/\omega$ ,  $\tilde{\omega}_B = \omega_B/\omega$ ,  $\tilde{\nu} = \nu/\omega$  – электронная плазменная, электронная циклотронная и столкновительная частоты, нормированные на частоту излучения,  $\phi_p$  – значение приведенного безразмерного потенциала усредненной пондеромоторной силы в максимуме внешнего магнитного поля. В дальнейшем индексом «р» будем отмечать также значения в максимуме магнитного внешнего поля нормированных циклотронной и плазменной частот ( $\tilde{\omega}_{plr}$  и  $\tilde{\omega}_{Bpr}$ ).

Константы интегрирования в уравнениях (3.33) выбраны в соответствии с условием (1.12), которое в отсутствие многократной ионизации порождает известное граничное условие равенства скорости потока и скорости звука в максимуме магнитного поля:  $u_0 = c$ . Здесь, как ранее в главе II, мы предполагаем, что плазма создается источником, расположенным в окрестности одной из магнитных пробок, и изначально имеет заведомо дозвуковую направленную скорость, а после выхода из ловушки расширяется в вакуумную камеру. В этом случае установившееся внутри ловушки стационарное течение будет дозвуковым, а вне ее – сверхзвуковым (течение класса 5 согласно терминологии раздела 1.2).

С физической точки зрения первое соотношение в (3.33) представляет собой закон сохранения потока частиц при распространении вдоль  $z$ , а второе – эффективный закон Бернулли. Нелинейное взаимодействие поля и потока в (3.33) определяется слагаемым, пропорциональным параметру  $w$ . Выбирая вид пространственной зависимости  $\tilde{\omega}_B(z)$  и значение нормированной плазменной частоты в максимуме магнитного поля  $\tilde{\omega}_{pl}(0)$ , в рамках модели мы однозначно определяем и положения резонанса, отвечающего условию (3.14). В линейном приближении координаты сечений, в которых реализуется резонанс, определяются из уравнения

$$n_{res}(z_{res}) = n_{lin}(z_{res}), \quad (3.35)$$

где  $n_{res}(z)$  задается формулой (3.29), а  $n_{lin}(z)$  есть решение системы базовых уравнений (3.33) при  $w = 0$ .

Далее приведем качественный анализ возможных течений плазмы в условиях нелинейного взаимодействия с внешним высокочастотным полем.

### 3.4 Непрерывные течения

Выберем параметры задачи таким образом, чтобы: (а) выполнялись условия (3.13), обеспечивающие существенное усиление резонансного поля, и (б) условие резонанса (3.35) выполнялось внутри ловушки. Для определенности зададим следующий модельный профиль внешнего магнитного поля:

$$B(z) = \frac{B_0}{(R-1)\sin^2(\pi z/L) + 1}, \quad (3.36)$$

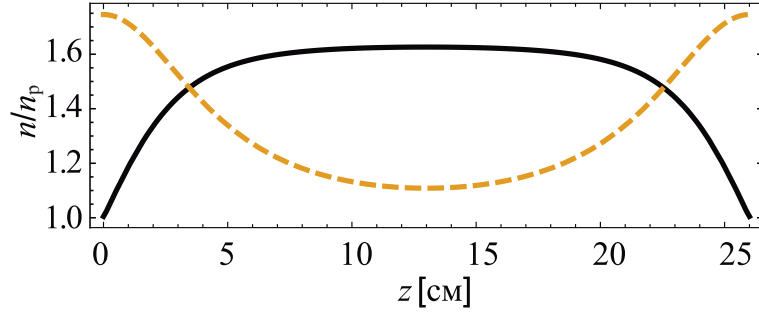


Рис. 3.3. Распределения плотности плазмы  $n(z)$  (сплошная линия) и резонансной плотности  $n_{\text{res}}$  (штриховая линия) в случае  $w = 0$ . Длина ловушки  $L = 26$  см, пробочное отношение  $R = 3.7$ ,  $\tilde{\omega}_{Bp} = 1$ ,  $\tilde{\omega}_{plp} = 1.5$ ,  $\tilde{\nu} = 0.001$ ,  $\tilde{k}a = 0.05$ .

где  $L$  – расстояние между максимумами магнитного поля, расположенными в  $z = 0$  и  $z = L$  (длина магнитной ловушки),  $R$  – отношение максимального магнитного поля к минимальному значению магнитного поля на оси  $z$ , реализуемого в  $z = L/2$  ( $R$  – пробочное отношение магнитной ловушки). Рассмотрим модификацию течения плазмы в зависимости от значения приведенной плотности энергии поля падающей волн  $w$  при фиксированных остальных параметрах.

*Случай  $w = 0$ .* Пример решения системы (3.33) относительно концентрации плазмы в отсутствие высокочастотного электромагнитного поля изображен на рис. 3.3. В дозвуковом потоке концентрация максимальна в центре ловушки и монотонно уменьшается с удалением от него. Резонансная концентрация напротив минимальна в центре и максимальна в точках максимума внешнего магнитного поля.

*Случай  $w < w_1^*$ .* При конечной энергии поля, пока  $w$  достаточно мало, влияние внешнего высокочастотного поля на характеристики плазмы носит локальный характер. Этот случай проиллюстрирован на рис. 3.4, где приведены характерные зависимости от координаты  $z$  для плотности плазмы и линейной плотности мощности поглощения. Далее будем характеризовать этот случай как *режим слабой нелинейности*. Увеличение  $w$  выше некоторого порогового значения  $w_1^*$  приводит к тому, что вблизи резонанса возникает сингулярность, связанная с появлением неоднозначности в решении системы (3.33). Появляющаяся особенность нарушает введенное предположение о параметрической зависимости характеристик поля от координаты вдоль направления потока. При этом уравнения (3.33) более не допускают непрерывных решений, но решения с разрывом газодинамических характеристик формально остаются возможными.

*Случай  $w > w_2^*$ .* Однако при дальнейшем увеличении параметра  $w$  выше определенного уровня  $w_2^*$  решение системы (3.33) снова оказывается однозначным. Этот случай будем называть *режимом сильной нелинейности*. Характерные зависимости плотности плазмы и мощности поглощения приведены на рис. 3.5. Резонанс в пределе сильной нелинейности перестает быть локализованным, так как поддерживающее электромагнитное излучение посредством ponderomotorной силы препятствует увеличению концентрации плазмы в центре ловушки выше резонансного уровня. В результате существует протяженный участок потока, характеризующийся увеличенным значением поглощаемой мощности.

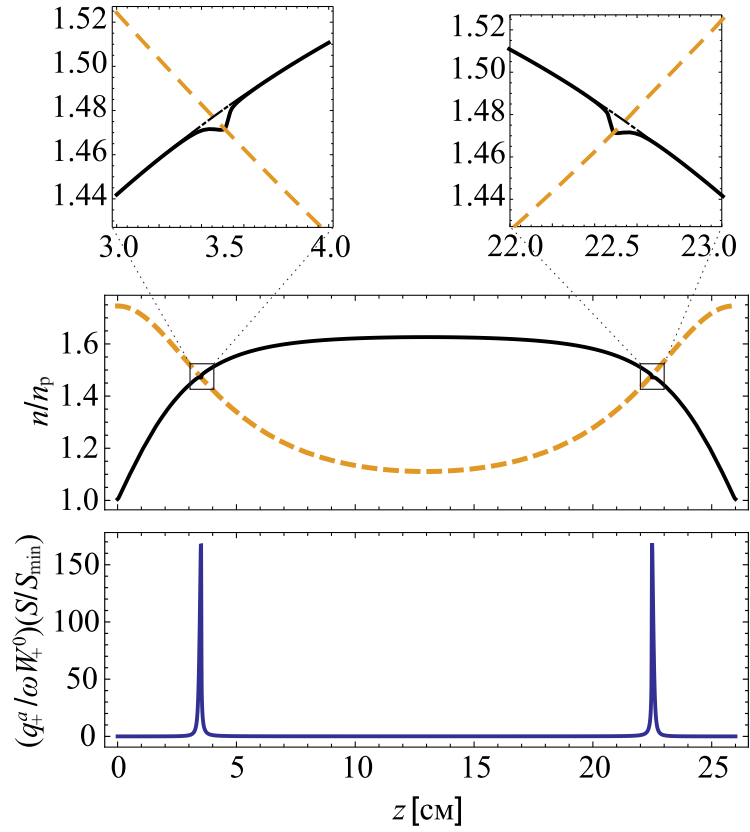


Рис. 3.4. *Режим слабой нелинейности.* Распределения плотности плазмы  $n(z)$ , резонансной плотности  $n_{\text{res}}(z)$  и линейной плотности мощности поглощения  $q_+^a(z)S(z)$ . Приведенная плотность энергии поля падающей волны  $w = 1.5 \times 10^{-7}$ . Прочие параметры как на рис. 3.3. Для сравнения тонкой штрихпунктирной линией показана зависимость  $n(z)$  в случае  $w = 0$ .

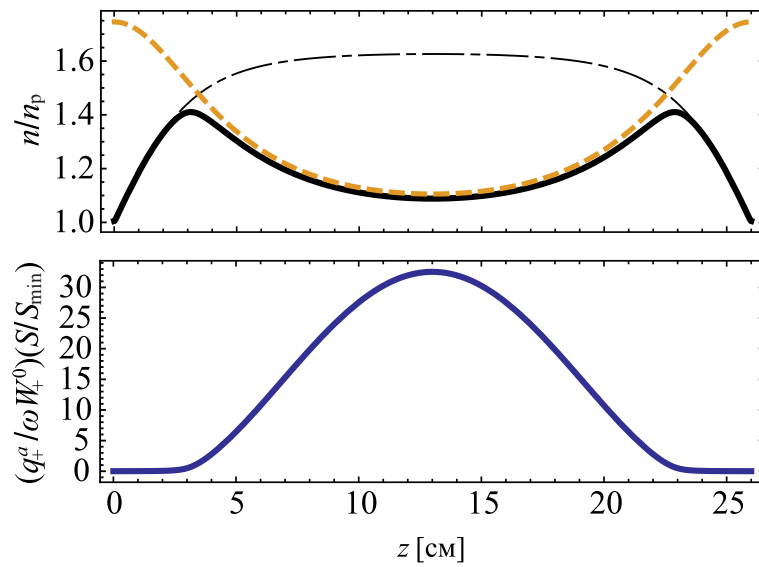


Рис. 3.5. *Режим сильной нелинейности.* То же, что рис. 3.4, но при  $w = 1.5 \times 10^{-4}$ .



### 3.5 Течения с разрывами

Можно предположить, что при медленном включении высокочастотного поля должен существовать непрерывный по приведенной плотности энергии  $w$  переход между пределами слабой и сильной нелинейности. Возникновение сингулярности нарушает исходные приближения модели в области, которая мала по сравнению как с характерными масштабами магнитной конфигурации, так и с длиной волны излучения. Если допустить возможность разрыва плотности плазмы  $n$  и скорости потока  $u$  в этой области, то уже в рамках рассматриваемой постановки задачи удастся однозначно восстановить стационарные течения для произвольной приведенной плотности энергии поля падающей волны. Такой подход был нами реализован, и результат показан на рисунке 3.6, где изображены плотность плазмы и линейная плотность мощности поглощения для нескольких течений, промежуточных по отношению к пределам сильной и слабой нелинейности ( $w_1^* < w < w_2^*$ ). Естественно, в реальной ситуации в той области, которой в нашей постановке соответствует разрыв, переход между значениями характеристик плазмы до и после этого разрыва происходит некоторым не описываемым в рамках нашей модели непрерывным образом, однако вследствие малости по сравнению с длиной волны, эта область не может обеспечить значимого вклада в поглощение.

Чтобы определить, где именно должны располагаться поверхности разрыва для течений, соответствующих «промежуточному» диапазону плотностей энергии падающего поля  $w_1^* < w < w_2^*$ , рассмотрим уравнения баланса энергии для электронов и ионов плазмы [79]

$$n_{e,i} \frac{dU_{e,i}}{dt} + p_{e,i} \operatorname{div} \mathbf{u} + \operatorname{div} \mathbf{Q}_{e,i} = q_{e,i} + q_{e,i}^{**}, \quad (3.37)$$

$$n_{e,i} T_{e,i} \frac{ds_{e,i}}{dt} + \operatorname{div} \mathbf{Q}_{e,i} = q_{e,i}, \quad (3.38)$$

где  $U_{e,i}$  – внутренняя энергия,  $s_{e,i}$  – энтропия,  $T_{e,i}$  – температура,  $\mathbf{Q}_{e,i}$  – плотность потока тепла,  $q_{e,i}$  и  $q_{e,i}^{**}$  – плотности количества теплоты и нетепловой энергии, сообщаемых в единицу времени

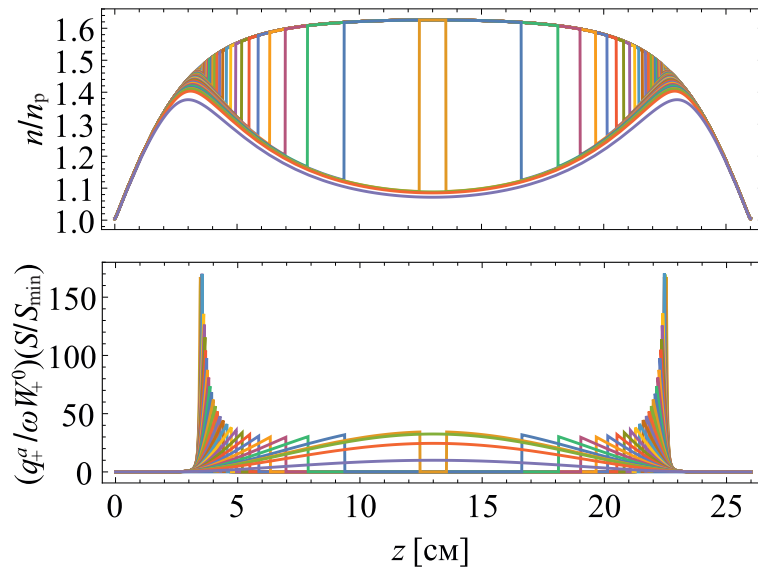


Рис. 3.6. Плотность плазмы и линейная плотность мощности поглощения при вариации приведенной плотности энергии падающего излучения  $w$  от 0 до  $5 \times 10^{-4}$ . Увеличению плотности энергии соответствует смещение разрыва к центру. Прочие параметры как на рис. 3.3.

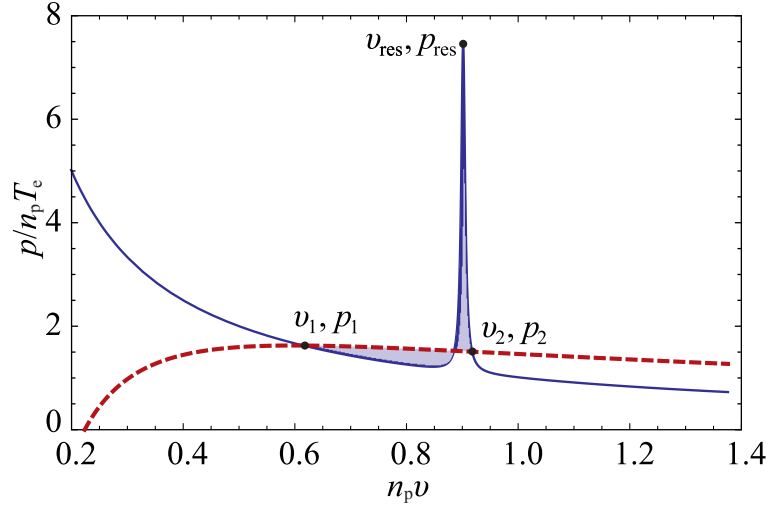


Рис. 3.7. Реальная изотерма (штриховая линия) и изотерма уравнения состояния вблизи резонанса (сплошная линия). Приведенная энергия поля  $w = 1.4 \times 10^{-4}$ . Прочие параметры как на рис. 3.3.

электронной и ионной фракциям, соответственно.

Для ионов сообщаемое им тепло за счет  $q_i$  и  $\text{div } \mathbf{Q}_i$ , а следовательно и изменение энтропии, отсутствует. Используя уравнения гидродинамики для частиц и импульсов

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{e,i}}{\partial t} + \text{div}(n_{e,i} \mathbf{u}_{e,i}) &= 0, \\ m_{e,i} n_{e,i} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_{e,i}}{\partial t} + (\mathbf{u}_{e,i}, \nabla) \mathbf{u}_{e,i} \right) + \nabla(n_{e,i} T_{e,i}) &= \mathbf{f}_{e,i}, \end{aligned} \quad (3.39)$$

и соотношение (3.38), исключим  $q_e$  и  $\mathbf{Q}_e$  из уравнения (3.37) для электронов, затем сложим результат с уравнением (3.37) для ионов. В итоге в приближении постоянной температуры электронов получаем соотношение

$$dU = -p_e dv + T_e ds + (q_e^{**} + q_i^{**}) dt, \quad (3.40)$$

где  $v = 1/n$  – удельный объем плазмы,  $U$  – суммарная внутренняя энергия электронов и ионов плазмы. В последнее слагаемое выражения (3.40), отвечающее за нетепловую мощность, вклад вносит только работа пондеромоторной силы, действующей на электроны (работа электрического поля разделения зарядов сокращается при суммировании вкладов от электронов и ионов). Таким образом,  $(q_e^{**} + q_i^{**}) dt = n \Phi_e dv$ . В результате уравнение (3.40) примет стандартный вид основного термодинамического соотношения

$$T_e ds = dU + (p_e + n \Phi_e) dv. \quad (3.41)$$

Выражение перед  $dv$  можно рассматривать как новое эффективное давление

$$\mathcal{P} \equiv n(T_e + \Phi_e) = m_i c^2 v^{-1} (1 + w \phi(v)), \quad (3.42)$$

где  $\phi(v)$  задается формулой (3.34). В соответствии с терминологией [80], выражение (3.42) определяет *изотерму уравнения состояния*. Пример такой изотермы представлен на рис. 3.7 (сплошная линия). Нетрудно заметить, что в изотермическом процессе в окрестности резонанса, зависимость эффективного давления от удельного объема  $\mathcal{P}(v)$ , вообще говоря, немонотонна. Наличие неустойчивой возрастающей ветки говорит о том, что возможен скачок (фазовый переход) с одной убывающей ветки на другую.

В случае классического газа Ван-дер-Ваальса это приводит к тому, что неустойчивый участок на изотерме  $\mathcal{P}(v)$  заменяется формальным решением  $\mathcal{P} = \text{const}$ , отвечающему одновременному существованию в системе двух фаз [80]. В нашем случае пространственно неоднородной системы изобарический участок *реальной изотермы* следует модифицировать так, чтобы обеспечить выполнение соотношений (3.33). А именно, исключая  $w\phi$  с помощью (3.42), эффективный закон Бернулли можно переписать в виде

$$\frac{1}{2} \left( n_p v \frac{S_{\min}}{S} \right)^2 - \ln(n_p v) + \frac{v\mathcal{P}}{m_i c^2} - w\phi_p = \frac{3}{2}. \quad (3.43)$$

Одновременное выполнение условий (3.42) и (3.43) определяет точки бинодали  $v_1$  и  $v_2$ , в которых реализуется состояние с одной фазой, см. рис. 3.7. Работа среды при переходе из начального состояния в конечное по изотерме уравнения состояния (3.42) и реальной изотерме (3.43), обозначенным ниже как  $\mathcal{P}_{(3.42)}$  и  $\mathcal{P}_{(3.43)}$ , должны совпадать:

$$\int_{v_1}^{v_2} \mathcal{P}_{(3.42)}(v) dv = \int_{v_1}^{v_2} \mathcal{P}_{(3.43)}(v) dv. \quad (3.44)$$

Здесь  $v_1$  и  $v_2$  определяются как корни уравнения  $\mathcal{P}_{(3.42)}(v) = \mathcal{P}_{(3.43)}(v)$ . Выполнение условия (3.44) возможно лишь при определенном значении пространственной координаты  $z$ , от которой подынтегральные выражения и границы интегрирования зависят параметрически. Таким образом, интегральное условие (3.44) аналогично хорошо известному условию равенства площадей для фазового перехода в реальном газе (правило фаз Максвелла), однако в неоднородной задаче оно определяет не точки бинодали  $v_1$  и  $v_2$ , а *положение в пространстве* области, в которой происходит обсуждаемый фазовый переход.

Далее будем предполагать, что если для заданных внешних параметров стационарное течение возможно в принципе и условие (3.44) может быть выполнено в объеме разряда, то «фазовый переход» обязательно произойдет. Рассмотрение возможности установления метастабильных состояний для потока плазмы является отдельной задачей, которая останется за рамками данной работы. Таким образом, построенная теория позволяет описать любое промежуточное по отношению к пределам сильной и слабой нелинейности течение, то есть течение при  $w_1^* < w < w_2^-$ . В режиме сильной нелинейности при  $w > w_2^*$  условие равенства площадей (3.44) невозможно удовлетворить ни в одной точке пространства, поэтому решения уравнений (3.33) не содержит сингулярностей.

## 3.6 Бифуркационные значения интенсивности поля

Формализм эффективных фазовых переходов позволяет также установить значения плотности электромагнитной энергии  $w_1^*$  и  $w_2^*$  в падающей волне, при которых происходит переход к предельным случаям слабой и сильной нелинейности.

Граница режима слабой нелинейности  $w_1^*$  может быть определена как минимальное значение  $w$ , при котором возникает возрастающий участок изотермы уравнения состояния  $\mathcal{P}_{(3.42)}(v)$ . Смене монотонности изотермы предшествует возникновение точки перегиба в окрестности ре-

зонанса (3.35), то есть

$$\begin{cases} d\mathcal{P}_{(3.42)}(v)/dv = 0 \\ d^2\mathcal{P}_{(3.42)}(v)/dv^2 = 0 \end{cases} \quad \text{при } z = z_{\text{res}}. \quad (3.45)$$

Отсюда, пользуясь выражениями (3.34) и (3.42), получим минимальное значение  $w$ , при котором возможно выполнение условия (3.45):

$$w_1^* \approx \frac{64}{3\sqrt{3}} \frac{n_p^2}{n_{\text{res}}^2} \left( \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{\omega}_{\text{pl}}^2(0)} + \frac{\pi(\tilde{k}a)^2 n_{\text{res}}}{4n_p} \right)^3, \quad (3.46)$$

где  $n_{\text{res}}$  – резонансная концентрация плазмы в точке  $z_{\text{res}}$ . Для приведенных в этой работе примеров численных расчетов наша аналитическая оценка плотности энергии  $w_1^*$  обеспечивает относительную точность не менее 10%.

Граница режима сильной нелинейности  $w_2^*$  есть наибольшее значение  $w$ , при котором течение все еще разрывно. Для нашей модели магнитного поля (ловушка с магнитными пробками) эта граница может быть определена как значение  $w$ , при котором разрыв происходит точно в минимуме магнитного поля (в центре ловушки), см. рис. 3.6. В интересующем нас случае сильного резонансного усиления высокочастотного поля, когда выполнены условия (3.13), интеграл по изотерме уравнения состояния  $\mathcal{P}_{(3.42)}(v)$  в законе равенства площадей (3.44) можно упростить, воспользовавшись тем, что  $w\phi(v)$  есть функция с резким максимумом в окрестности  $v_{\text{res}}$ , см. рис. 3.7. В этом случае интеграл в левой части закона равенства площадей (3.44) можно разбить на два

$$\int_{v_1}^{v_2} \mathcal{P}_{(3.42)}(v) dv \approx T_e \int_{v_1}^{v_{\text{res}}} \frac{dv}{v} + \frac{T_e}{v_{\text{res}}} \int_{-\infty}^{+\infty} w\phi(v) dv, \quad (3.47)$$

В случае большого перепада магнитного поля,  $S/S_{\text{min}} \gg 1$ , реальная изотерма близка к константе  $\mathcal{P}_{(3.43)}(v) \approx \text{const}$  (как в пространственно однородной системе). В сделанных предположениях удастся вычислить все интегралы в законе равенства площадей и получить алгебраическое уравнение на  $w_2^*$ . Его решение в случае, когда разрыв происходит в минимуме магнитного поля, можно представить как

$$w_2^* \approx \frac{1}{\pi} \left( \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{\omega}_{\text{pl}}^2(0)} + \frac{\pi(\tilde{k}a)^2 n_{\text{res}}^*}{4n_p} \right) \psi_2(\xi), \quad (3.48)$$

$$\psi_2(\xi) = 2(\xi - \ln(\xi + 1)),$$

где  $\xi = \sqrt{en_p/n_{\text{res}}^*} - 1$ ,  $n_{\text{res}}^*$  – резонансная концентрация в минимуме магнитного поля. Функция  $\psi_2(\xi) \approx \xi^2$  упрощается для не слишком больших  $\xi$ . Результаты сравнения полученной аналитической оценки с численным моделированием обсуждаются в следующем разделе.

## 3.7 Мощность поглощения

Применим разработанную модель для исследования зависимости поглощенной мощности СВЧ излучения от параметров течения. Наиболее интересной в данном случае является зависимость поглощаемой мощности от приведенной плотности энергии  $w$  вводимого в плазму излучения.

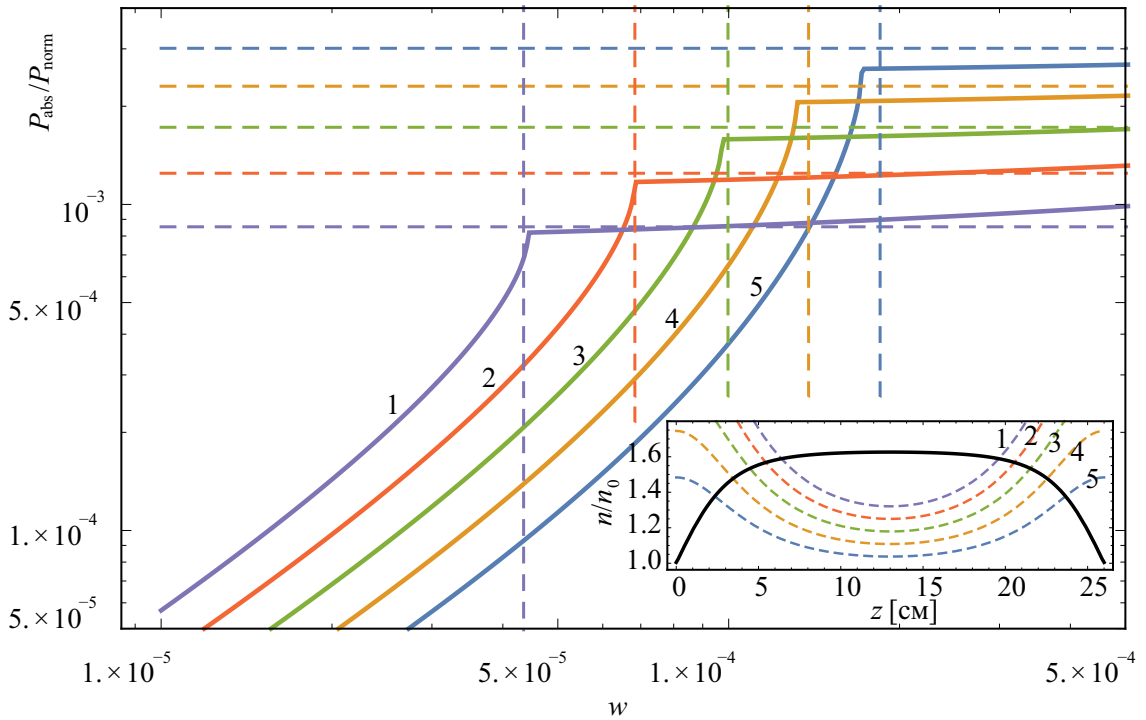


Рис. 3.8. Зависимость мощности поглощения от приведенной плотности энергии поля  $w$ . Индексами 1–5 отмечены зависимости для различных значений  $\tilde{\omega}_{Bp}$ , равных, соответственно, 1.9 (1), 1.6 (2), 1.3 (3), 1 (4), 0.7 (5). Штриховыми линиями показаны полученные аналитически оценки бифуркационных значений плотности энергии  $w_2^*$  (3.48) и мощности поглощения  $P_{abs}^*$  (3.53). На вставке изображена плотность плазмы в пределе  $w = 0$  и резонансная плотность плазмы при указанных значениях  $\tilde{\omega}_{Bp}$  (нумерация в соответствии с основным рисунком). Остальные параметры такие же, как на прочих рисунках. Мощность нормирована на  $P_{norm} = \omega n_p T_e S_{min} L/2$ .

На рис. 3.8 изображена зависимость поглощенной мощности высокочастотного поля от  $w$  в условиях резонансного поглощения для различных положений линейного резонанса (см. вставку в правом нижнем углу) и фиксированных отношений частоты соударений к частоте поля падающей волны  $\tilde{\nu}$  и длины волны излучения к поперечному размеру потока  $\tilde{k}a$ . В линейном режиме полная мощность поглощения линейна по  $w$  (квадратична по амплитуде падающего поля). В нелинейном режиме поглощаемая мощность растет *быстрее* чем  $w$ ! Этот эффект можно объяснить следующим образом. С увеличением амплитуды поля область, где усредненная ponderomotorная сила препятствует увеличению концентрации выше резонансного уровня, увеличивается; при этом во всей этой области поле становится резонансно усиленным. За счет расширения области резонансного взаимодействия поглощаемая мощность растет с амплитудой поля быстрее, чем в линейном режиме. Из численных расчетов видно, что зависимость эффективно насыщается (рост поглощения становится более медленным) с переходом в режим сильной нелинейности при  $w \approx w_2^*$ . В этой точке область резонансного взаимодействия высокочастотного поля с потоком занимает весь объем, заключенный между резонансами (3.35).

Критическое значение мощности  $P_{abs}^*$ , при котором происходит излом на графике рис. 3.8, можно оценить из следующих физических соображений. Предположим, что при  $w = w_2^*$  высокочастотное поле присутствует только в центральной области разряда, заключенной между резонансами. В этой области концентрация плазмы примерно равна своему резонансному зна-

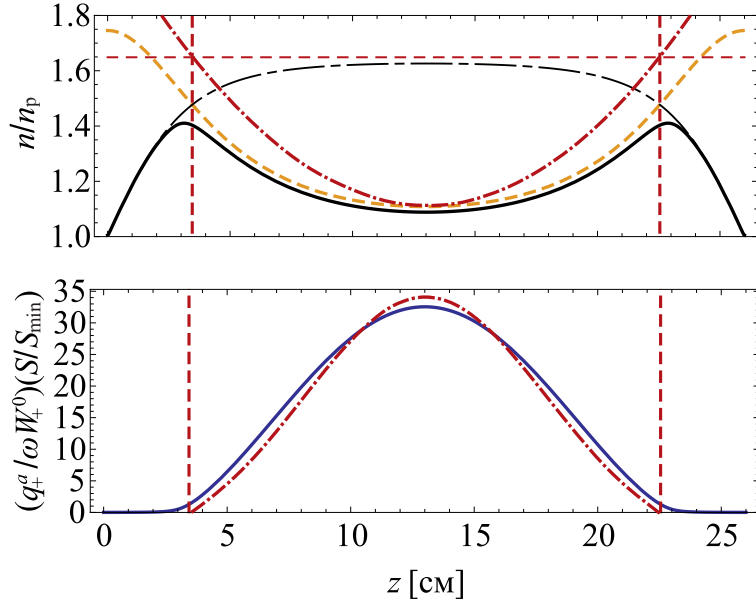


Рис. 3.9. Сверху: плотность плазмы (сплошная линия), плотность плазмы в линейном приближении (тонкая штрихпунктирная линия), резонансная плотность (штриховая линия) и приближенная квадратичная зависимость плотности плазмы (3.52) (штрихпунктирная линия) от координаты вдоль потока. Вертикальными линиями отмечены положения линейного резонанса  $\bar{z}_{\text{res}}$  и  $z_{\text{res}}$ . Горизонтальная линия –  $\bar{n} = \sqrt{\epsilon} n_p$ . Снизу: нормированная линейная плотность мощности поглощения, полученная в результате моделирования (сплошная линия) и ее приближенное значение  $8\tilde{\nu}S \ln(\sqrt{\epsilon} n_p / n_{\text{res}}) / \tilde{\omega}_{\text{plp}}^2 S_{\text{min}}$  (штрихпунктирная линия). Параметр  $w = 1.5 \times 10^{-4}$ ; прочие параметры как на рис. 3.3

чению, а вне ее концентрация не возмущена, то есть

$$n(z) \approx \begin{cases} n_{\text{res}}(z) & \text{при } z_{\text{res}} < z < \bar{z}_{\text{res}} \\ n_{\text{lin}}(z) & \text{при } z < z_{\text{res}} \text{ или } z > \bar{z}_{\text{res}} \end{cases}, \quad (3.49)$$

где  $z_{\text{res}}$  и  $\bar{z}_{\text{res}}$  определяются из условия непрерывной сшивки решений, которое совпадает с (3.35). Такая зависимость концентрации плазмы от координаты обеспечивается за счет действия пондеромоторной силы, соответствующий ей потенциал  $\phi(z)$  в области резонансного усиления  $z_{\text{res}} < z < \bar{z}_{\text{res}}$  можно найти из эффективного закона Бернулли

$$w(\phi - \phi_p) = \ln \left( \frac{\sqrt{\epsilon} n_p}{n_{\text{res}}} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{n_p S_{\text{min}}}{n_{\text{res}} S} \right)^2. \quad (3.50)$$

С методической целью отметим, что распределение резонансно усиленного электромагнитного поля, обеспечивающее распределение концентрации (3.49), на самом деле устанавливается за счет малой отстройки  $|n - n_{\text{res}}| \ll n$ . При выводе формулы (3.50) из «нерезонансного» закона Бернулли этой отстройкой мы можем пренебречь, а саму величину отстройки можно определить в рамках теории возмущений, приравняв потенциал, найденный из «электродинамического» определения (3.34), потенциалу (3.50).

Пользуясь определениями (3.17) и (3.34), через потенциал пондеромоторной силы можно выразить полную мощность поглощения  $P_{\text{abs}}^*$

$$P_{\text{abs}}^* = \frac{4\tilde{\nu}}{\tilde{\omega}_{\text{plp}}^2} \omega n_p T_e \int_{z_{\text{res}}}^{\bar{z}_{\text{res}}} w(\phi - \phi_p) S(z) dz. \quad (3.51)$$

В интересующем нас диапазоне параметров, значение этого интеграла можно оценить, оставив при его подсчете лишь первое (ведущее) слагаемое в выражении для потенциала (3.50), пренебрегая вариацией поперечного сечения плазмы в области резонансного взаимодействия и предполагая квадратичную зависимость резонансной плотности плазмы от координаты

$$n_{\text{res}}(z) = \bar{n} - \frac{(z - z_{\text{res}})(z - \bar{z}_{\text{res}})}{(L_{\text{res}}/2)^2} (n_{\text{res}}^* - \bar{n}). \quad (3.52)$$

Здесь  $n_{\text{res}}^*$  – резонансная концентрация в минимуме магнитного поля;  $\bar{n}$  – концентрация на границах резонансной области, для оценок можно связать эту величину с плотностью плазмы в максимумах магнитного поля  $\bar{n} \approx \sqrt{\epsilon} n_p$ ;  $L_{\text{res}} = \bar{z}_{\text{res}} - z_{\text{res}}$  – длина резонансной области (см. рис. 3.9). В результате сделанных упрощений выражение для критической мощности поглощения принимает достаточно простую форму:

$$P_{\text{abs}}^* \approx \frac{8\tilde{\nu}}{\tilde{\omega}_{\text{plp}}^2} \omega n_p T_e V_{\text{res}} \psi_1(\xi), \quad (3.53)$$

$$\psi_1(\xi) = (\sqrt{\xi} - \arctan \sqrt{\xi}) / \sqrt{\xi} \approx \xi,$$

где  $V_{\text{res}} = RS_{\text{min}} L_{\text{res}}$  – эффективный объем области резонансного взаимодействия,  $\xi = \sqrt{\epsilon} n_p / n_{\text{res}}^* - 1$ . Как и следует ожидать, мощность поглощения растет прямо пропорционально увеличению объема области взаимодействия и тем больше, чем ниже резонансная концентрация в центре ловушки; зависимость от частоты соударений – линейная. Значения  $w_2^*$  и  $P_{\text{abs}}^*$ , полученные согласно формулам (3.48) и (3.53), отмечены на рис. 3.8 горизонтальными и вертикальными линиями. Видно неплохое соответствие результатам моделирования.

Обсуждаемый в этом разделе эффект увеличения области резонансного взаимодействия за счет подстройки плотности плазмы к резонансному значению может оказаться существенным в экспериментах по достижению высоких кратностей ионизации в СВЧ разрядах. Так, например, при поддержании плазмы излучением с частотой 37.5 ГГц для значений плотности плазмы близких к экспериментам [29] и схожей магнитной конфигурации, ожидаемая мощность поглощения может отличаться от ее значения без учета нелинейных эффектов более чем на 10% уже для  $w > 0.003$ . Температура электронов в подобных экспериментах оценивается в 10 – 50 эВ, а значит для указанного влияния нелинейных эффектов достаточно напряженности высокочастотного поля в районе 2 – 5 кВ/см. Поля с такой напряженностью доступны современным микроволновым генераторам и реализуются в плазменном эксперименте.

### 3.8 Заключение к главе III

На основе разработанной теории можно сделать вывод о том, что резонансный нагрев потока плазмы малого диаметра происходит на дипольном резонансе  $\omega_{\text{pl}}^2 = 2\omega(\omega \pm \omega_B)$  или, в терминологии Стикса,  $\epsilon_{\pm} = -1$ . Эффективность этого нагрева определяется в основном объемом области резонансного взаимодействия, увеличивающимся с амплитудой поля за счет подстройки концентрации плазмы к резонансному значению в результате действия усредненной пондеромоторной силы.

В главе мы рассмотрели простейшую качественную задачу о потоке плазмы с фиксированной (единичной) кратностью ионизации без учета радиационных потерь. Однако «электродинамическая» часть задачи не зависит от этих особенностей. Поэтому наш формализм допускает обобщение и на случай плазменного потока более сложного (переменного) ионного состава с потерями на линейчатое излучение ионов.



## Глава IV

# Поток неравновесной плазмы за пробкой открытой магнитной ловушки

Если собирающая плазму стенка находится достаточно далеко, то расширение плазмы может вызывать падение ее концентрации до такого уровня, что длины свободного пробега электронов будут заметно превышать характерные масштабы неоднородности. В таком случае расширение плазмы, очевидно, сопряжено с изменением функции распределения электронов по скоростям. Характерным примером является расширитель газодинамической магнитной ловушки, используемый для подавления продольных потерь энергии плазмой, удерживаемой между пробками [81]. Плазма здесь довольно разреженная, а характерное сечение потока при расширении до собирающей плазму стенки увеличивается в сотни раз. Для описания течения неравновесной плазмы в таких условиях необходимо отойти от газодинамического приближения и явно описывать изменение функции распределения электронов [7А]. В настоящей главе разберем, к чему такое изменение приводит.

### 4.1 Постановка задачи и математическая модель

Рассмотрим стационарный поток однократно ионизированной плазмы, расширяющийся вдоль оси  $z$  в расходящемся магнитном поле (рисунок 4.1). Поперечное сечение потока изменяется по известному закону  $S(z)$ , устанавливаемому из (2.8) в силу сохранения магнитного потока  $\int B dS = \text{const}$ . Поперечное сечение монотонно возрастает от значения  $S_{\min}$  в магнитной пробке, где магнитное поле максимально, до  $S_{\max}$  на проводящей стенке, собирающей плазму.

Область расширения плазмы может быть условно разделена на три части, характеризующиеся качественно различными функциями распределения электронов по скоростям. Мы предполагаем, что плазма у пробки довольно плотная и находится в контакте с эффективным тепловым резервуаром, обеспечивающим распределение электронов по скоростям, близкое к Максвелловскому. Поэтому в некоторой части области расширения плазмы, примыкающей к  $S_{\min}$ , распределение остается практически изотропным. Здесь и далее эту область будем называть «областью столкновительного расширения». Напротив, около проводящей стенки плазма настолько разреженная, что столкновений пренебрежимо мало, и расширение приводит к сильно

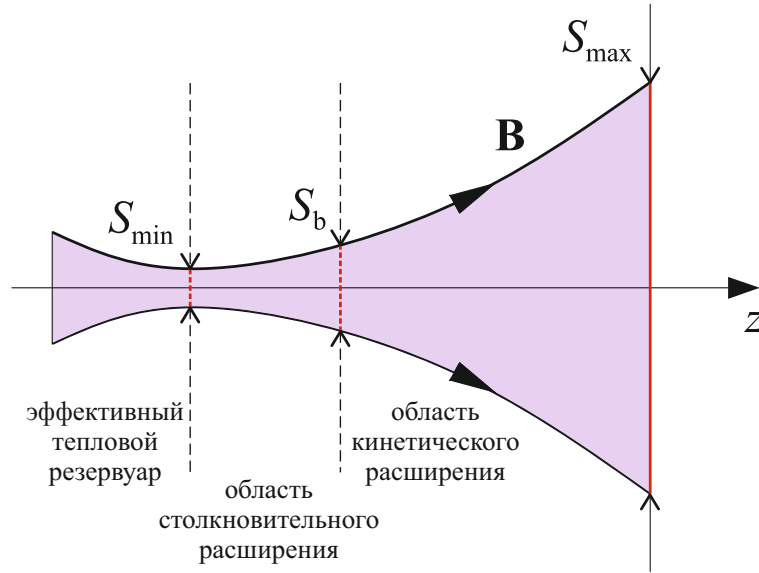


Рис. 4.1. Схема области расширения плазмы

анизотропной функции распределения электронов. Эту область будем называть «областью кинетического расширения». Очевидно, что где-то между этими двумя областями есть область, которая обеспечивает гладкий переход от изотропной к сильно анизотропной функции распределения электронов по скоростям. Главным приближением в настоящем рассмотрении будет предположение о том, что эта переходная область имеет нулевую протяженность. Мы заменим ее граничным сечением  $S_b$ , в котором должны быть обеспечены непрерывность потока плазмы и ее потенциала. Сечение  $S_b$  мы будем далее рассматривать как свободный параметр. Грубо оценить его значение можно из условия, что длина свободного пробега электронов  $\lambda_{\text{mfp}}$  равна характерному масштабу изменения  $S(z)$

$$\lambda_{\text{mfp}} = (dS(S_b)/dz)^{-1} S_b. \quad (4.1)$$

Конкретное значение  $S_b$  зависит от плотности плазмы, температуры электронов и характерного масштаба изменения магнитного поля вдоль потока.

#### 4.1.1 Динамика ионов

Во всей области расширения от  $S_{\text{min}}$  до  $S_{\text{max}}$  ионы могут быть описаны при помощи стационарных квазиодномерных уравнений гидродинамики вида (1.6), (1.7). В условиях фиксированной однократной ионизации источники в правой части единственного уравнения баланса частиц (1.6) отсутствуют. Взаимодействие ионов с электронами будем описывать при помощи амбиполярного потенциала  $\varphi$ . Будем учитывать в уравнении баланса импульса (1.7) давление самих ионов. При характерной для рассматриваемой задачи монотонной зависимости площади поперечного сечения потока от пространственной координаты  $z$  соответствие между  $S$  и  $z$  взаимно однозначное. Поэтому в качестве пространственной координаты можно и будет удобнее

рассматривать саму площадь  $S$ . Таким образом, уравнения (1.6), (1.7) переписываем в виде

$$\frac{d}{dS} (Snu_i) = 0, \quad (4.2)$$

$$\frac{d}{dS} (Sm_i nu_i^2) + S \frac{d}{dS} (nT_i) = -Sne \frac{d\varphi}{dS}, \quad (4.3)$$

где  $u_i$ ,  $T_i$  и  $m_i$  – направленная скорость, температура и масса ионов, соответственно,  $e$  – элементарный заряд,  $\varphi$  – (амбиполярный) потенциал плазмы,  $n$  – концентрация плазмы. Воспользуемся здесь условием квазинейтральности: концентрации ионов и электронов равны,  $n = n_e$ , во всей области расширения за исключением дебаевского слоя у проводящей стенки  $S_{\max}$ . Будем считать, что ионы подчиняются политропному уравнению состояния  $T_i \propto n^{\gamma-1}$ . Тогда вместо дифференциальных уравнений (4.2) и (4.3) можно использовать алгебраические:

$$Snu_i = \text{const}, \quad (4.4)$$

$$\frac{m_i u_i^2}{2} + \left\{ \begin{array}{ll} T_i \ln n & \text{if } \gamma = 1 \\ \frac{\gamma}{\gamma-1} T_i & \text{if } \gamma \neq 1 \end{array} \right\} + e\varphi = \text{const}. \quad (4.5)$$

Данная формулировка может быть предпочтительной, если необходимо получить значения характеристик плазмы на дискретном наборе координат. Ниже мы предполагаем, что ионы являются изотермическими в максимуме магнитного поля и его окрестности и адиабатическими в области кинетического расширения

$$\gamma = 1, \quad S < S_b, \quad (4.6)$$

$$\gamma = 5/3, \quad S > S_b. \quad (4.7)$$

Заметим, что мы описываем ускоряющийся сверхзвуковой поток, поэтому при больших коэффициентах расширения  $m_i u_i^2 \gg T_i$  и давлением ионов можно пренебречь.

Динамика электронов входит в эти уравнения в виде конкретной зависимости плотности ионов  $n$  от площади поперечного сечения и амбиполярного потенциала. Как только  $n(S, \varphi)$  известна, решения (4.2), (4.3) или (4.4), (4.5) с правильными граничными условиями определяют самосогласованное изменение скорости ионов, плотности плазмы и потенциала в области расширения.

Плотность  $n$  может быть определена из условия квазинейтральности  $n = n_e$  при известной функции распределения электронов по скоростям  $f_e(\mathbf{v})$ . Сама функция распределения  $f_e(\mathbf{v})$ , вообще говоря, изменяется от одного сечения  $S$  к другому, и при этом как от параметра зависит от  $\varphi$ . Таким образом, интеграл от функции распределения по пространству скоростей даст нам искомую зависимость

$$n(S, \varphi) = \int f_e d^3\mathbf{v}, \quad (4.8)$$

что сводит задачу к отысканию функции распределения электронов.

### 4.1.2 Электроны в области столкновительного расширения

В области столкновительного расширения,  $S_{\min} \leq S \leq S_b$ , распределение электронов по скоростям близко к максвелловскому со сдвинутым максимумом чтобы обеспечить равенство

потоков электронов и ионов вдоль магнитного поля. Этот сдвиг много меньше чем тепловая скорость электронов  $v_e = \sqrt{2T_e/m_e}$ , поэтому им можно пренебречь при вычислении четных моментов функции распределения. Температура электронов практически не изменяется вдоль линий магнитного поля вследствие высокой электронной теплопроводности. Поэтому (4.8) представляет собой просто закон Больцмана и амбиполярный потенциал связан с концентрацией плазм соотношением

$$e\varphi = T_e \ln(n/n_p). \quad (4.9)$$

Здесь  $n_p$  – плотность плазмы в пробке (максимум магнитного поля), где мы положим  $\varphi = 0$ . Величина  $n_p$  – внешний параметр задачи, что дает нам первое граничное условие для (4.2), (4.3)

$$n(S_{\min}) = n_p. \quad (4.10)$$

Второе условие можно получить, положив  $\bar{Z} \equiv 1$  в соотношении (1.12) для определения критического градиента. Видно, что в отсутствие многократной ионизации переход потока через звуковой барьер происходит ровно в экстремуме площади его поперечного сечения. Таким образом скорость потока в  $S_{\min}$  равна локальной скорости звука

$$u_i(S_{\min}) = c \equiv \sqrt{(T_e + T_i)/m_i}. \quad (4.11)$$

В нашем случае скорость звука зависит только от температур и полагается известной.

Совместно с этими граничными условиями, уравнения (4.4), (4.5) и (4.9) однозначно определяют профили скорости, концентрации и потенциала в сверхзвуковом потоке плазмы внутри области столкновительного расширения. В частности, для отыскания этих характеристик на границе  $S_b$  между областями столкновительного и кинетического расширения, получаем систему уравнений

$$S_b n_b u_{ib} = S_{\min} n_p c, \quad (4.12)$$

$$\frac{m_i u_b^2}{2} + \left\{ \begin{array}{ll} T_i \ln(n_b/n_p) & \text{if } \gamma = 1 \\ \frac{\gamma}{\gamma-1} T_i ((n_b/n_p)^{\gamma-1} - 1) & \text{if } \gamma \neq 1 \end{array} \right\} + e\varphi_b = \frac{m_i c^2}{2}, \quad (4.13)$$

$$e\varphi_b = T_e \ln(n_b/n_p), \quad (4.14)$$

где  $T_i$  – температура ионов в пробке. Решение данной системы уравнений можно записать в виде

$$n_b = \xi n_p, \quad u_{ib} = c S_{\min}/(\xi S_b), \quad e\varphi_b = T_e \ln \xi, \quad (4.15)$$

где  $\xi$  – решение в области  $0 < \xi < 1$  уравнения

$$(1 - 2 \ln \xi) \xi^2 = (S_{\min}/S_b)^2, \quad (4.16)$$

для изотермических ионов ( $\gamma = 1$ ), а для адиабатических ионов ( $\gamma = 5/3$ ) уравнения

$$\alpha \xi^2 + (1 - \alpha) \xi^{\gamma+1} - \beta \xi^2 \ln \xi = (S_{\min}/S_b)^2, \quad (4.17)$$

с постоянными коэффициентами

$$\alpha = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{T_i}{T_e + T_i} = \frac{T_e + 6T_i}{T_e + T_i}, \quad \beta = \frac{2T_e}{T_e + T_i}, \quad (4.18)$$

где  $T_i$  – температура ионов в пробке.

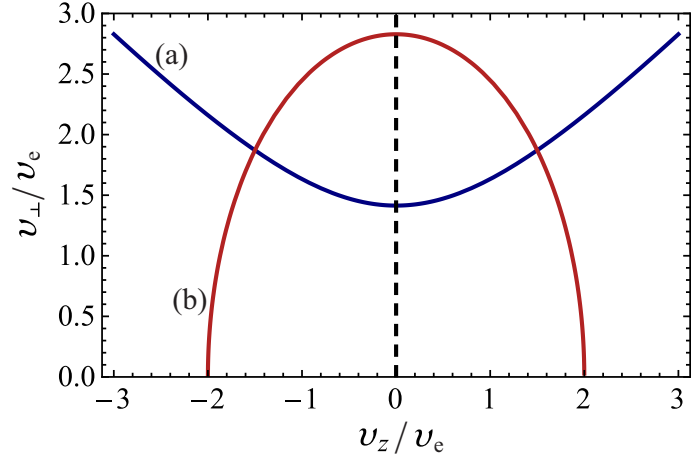


Рис. 4.2. Отображение в пространстве скоростей вертикальной прямой  $v_z = 0$  (штриховая линия), определяемое функцией  $V(v_z, S/S_0, \varphi - \varphi_0)$  для (a)  $S/S_0 = 2.5$ ,  $\varphi - \varphi_0 = -3T_e/e$ ; (b)  $S/S_0 = 0.5$ ,  $\varphi - \varphi_0 = 4T_e/e$ .

### 4.1.3 Электроны в области кинетического расширения

В области кинетического расширения,  $S_b \leq S \leq S_{\max}$ , решение уравнения Больцмана в бесстолкновительном пределе может быть найдено в виде произвольной функции двух интегралов движения,

$$f_e = F(\mathcal{E}, \mu), \quad (4.19)$$

$$\mathcal{E} = \frac{m_e v_z^2}{2} + \frac{m_e v_{\perp}^2}{2} - e\varphi, \quad \mu = v_{\perp}^2 S. \quad (4.20)$$

Здесь  $\mathcal{E}$  – энергия электрона, являющаяся точным интегралом движения,  $v_z$  и  $v_{\perp}$  – продольная и поперечная скорости электронов по отношению к линиям магнитного поля (в параксиальном приближении мы полагаем совпадающими направления магнитного поля и оси  $z$ ),  $\mu$  с точностью до размерного множителя магнитный момент ларморовского вращения электрона (здесь мы снова используем параксиальное приближение, полагая  $B \propto 1/S$ ). Мы полагаем  $\mu$  адиабатическим инвариантом, следовательно характерный масштаб изменения  $S(z)$  велик по сравнению с ларморовским радиусом электрона.

Вначале рассмотрим следующую вспомогательную задачу. Пусть электроны не имеют скорости ( $v_z = 0$ ) по оси  $z$  в некотором сечении  $S_0$ . Тогда из законов сохранения (4.20) в любом другом сечении  $S$  эти электроны должны удовлетворять уравнению

$$\frac{m_e v_z^2}{2e(\varphi - \varphi_0)} + \frac{m_e v_{\perp}^2}{2e(\varphi - \varphi_0)(1 - S/S_0)} = 1. \quad (4.21)$$

Решением этого уравнения является  $v_{\perp} = V(v_z, S/S_0, \varphi - \varphi_0)$ , где  $V(v, \zeta, \phi)$  – новая вспомогательная функция, задаваемая выражением

$$V(v, \zeta, \phi) = \left[ \frac{2e\phi/m_e - v^2}{1 - \zeta} \right]^{1/2}. \quad (4.22)$$

Функция  $V(v_z, S/S_0, \varphi - \varphi_0)$  определяет отображение в пространстве скоростей  $(v_z, v_{\perp})$  вертикальной прямой  $v_z = 0$ , соответствующее определенному изменению площади поперечного сечения потока и потенциала. На рисунке 4.2 приведены примеры такого отображения. Видно, что

в зависимости от знака выражений  $S - S_0$  и  $\varphi - \varphi_0$  отображение меняется качественно: прямая отображается либо в гиперболу, либо в эллипс. Функция  $V(v, \zeta, \phi)$  оказывается полезной при описании эволюции распределения электронов по скоростям и будет использована для этого в дальнейшем.

Неизвестная функция  $F$  из (4.19) может быть восстановлена из следующих соображений. Рассмотрим граничное сечение  $S_b$  – ему соответствует график (а) на рисунке 4.3 – и предположим, что функция распределения электронов здесь все еще максвелловская. Очевидно, мы можем утверждать это для электронов с  $v_z > 0$ , т. е. двигающихся в направлении коллектора. Их распределение будет половиной максвелловского, отвечающей  $v_z > 0$  с той же температурой, что и в области столкновительного расширения. Граница занимаемой этими частицами области в пространстве скоростей обозначена на рисунке 4.3(а) синей вертикальной прямой. Теперь введем в рассмотрение потенциал  $\varphi_w$  собирающей плазму стенки, располагающейся в сечении  $S_{\max}$ . Очевидно, что частицы с энергией меньшей  $e(\varphi_b - \varphi_w)$  не могут преодолеть потенциальной ямы и не достигают стенки; они отражаются амбиполярным потенциалом. Эти частицы заполняют область  $v_z < 0$  с границей, определяемой условием (4.21) примененным к  $S = S_b$  и  $S_0 = S_{\max}$  (обеспечивающим нулевую  $v_z$  на стенке). Граница данной области на рисунке 4.3(а) обозначена красной кривой. В итоге получаем следующую функцию распределения,

$$f_e = A \exp(-\mathcal{E}/T_e), \quad (4.23)$$

определенную в области пространства скоростей

$$\mathcal{V}_b = \begin{cases} v_{\perp} < V(v_z, S_b/S_{\max}, \varphi_b - \varphi_w), & v_z < 0, \\ \forall v_{\perp}, & v_z > 0. \end{cases} \quad (4.24)$$

Вне этой области функция распределения равна нулю. Область (4.24) на рисунке 4.3(а) отмечена синей заливкой.

Функция распределения (4.23) вместе со своей областью определения (4.24) включают лишь два неизвестных параметра, нормировочный множитель  $A$  и потенциал стенки  $\varphi_w$ , которые могут быть восстановлены из условия квазинейтральности,  $n_i = n_e$ , и нулевого тока электронов и ионов,  $j_i + j_e = 0$ , в сечении  $S_b$ :

$$\int_{\mathcal{V}_b} 2\pi v_{\perp} f_e dv_{\perp} dv_z = n_b, \quad (4.25)$$

$$\int_{\mathcal{V}_b} 2\pi v_{\perp} v_z f_e dv_{\perp} dv_z = n_b u_{ib}. \quad (4.26)$$

Напомним, что  $n_b$ ,  $u_{ib}$  и  $\varphi_b$  уже определены соотношением (4.15), условие квазинейтральности может нарушаться в дебаевском слое, а нулевой ток есть следствие упрощающего предположения об отсутствии вторичной эмиссии с коллектора. Также мы пренебрегаем ионизацией фонового газа в объеме расширителя.

Будучи определяемой через интегралы движения, функция (4.23), определенная в  $S_b$ , остается той же самой при любых  $S \geq S_b$ . Изменение распределения электронов связано с изменением области в пространстве скоростей, в которой электроны могут находиться: при переходе к отличному от  $S_b$  сечению  $S$  область  $\mathcal{V}_b$  из (4.24) будет изменяться в силу соотношения (4.21),

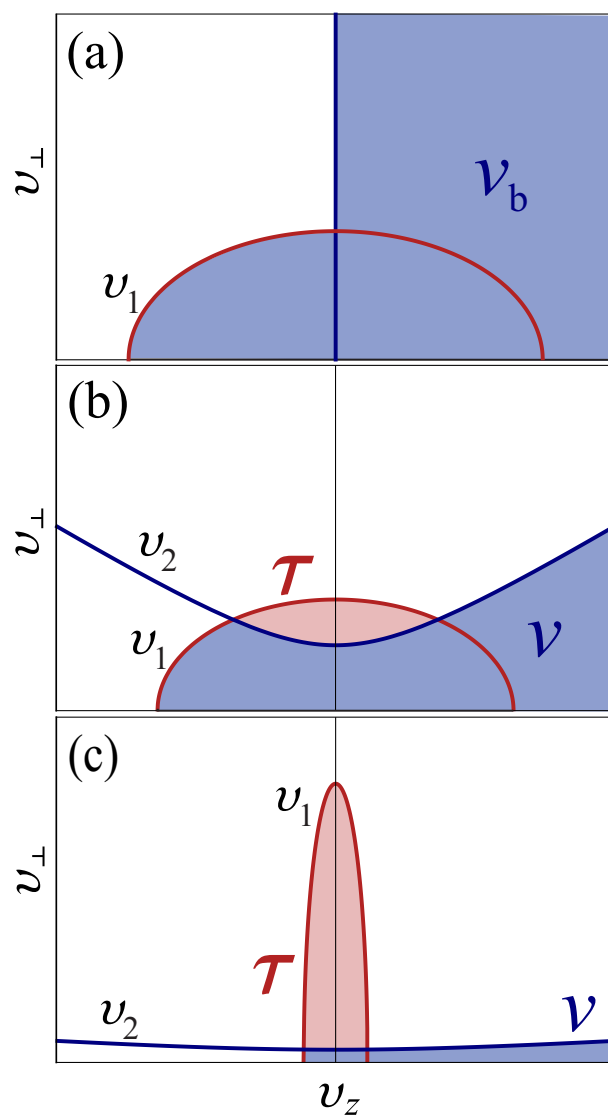


Рис. 4.3. Схематичное изображение функции распределения электронов по скоростям (а) в граничном сечении  $S_b$ , (б) в некотором сечении между границей столкновительной области и стенкой  $S_b < S < S_{\max}$ , и (с) вблизи стенки  $S_{\max}$ .

задавая новую область

$$\mathcal{V}(S) = \begin{cases} v_{\perp} < \min(v_1, v_2), & v_z < 0 \\ v_{\perp} < v_2, & v_z > 0 \end{cases}, \quad (4.27)$$

где

$$v_1 = V(v_z, S/S_{\max}, \varphi - \varphi_w), \quad (4.28)$$

$$v_2 = V(v_z, S/S_b, \varphi - \varphi_b) \quad (4.29)$$

являются, соответственно, отображениями  $v_z = 0$  из  $S_{\max}$  и  $S_b$  в  $S$ . Область  $\mathcal{V}(S)$  из (4.27) изображена на рисунке 4.3 для некоторого промежуточного сечения (b) и вблизи стенки (c). Важной особенностью любого решения бесстолкновительного кинетического уравнения является сохранение потока электронов,

$$\Gamma = S \int_{\mathcal{V}(S)} 2\pi v_{\perp} v_z f_e dv_{\perp} dv_z = \text{const}, \quad \text{для } \forall S. \quad (4.30)$$

То же справедливо для потока ионов. Поэтому, если условие нулевого тока (4.26) выполнено в некотором сечении, оно *автоматически* выполняется во всей области кинетического расширения.

К настоящему моменту функция распределения электронов определяется для области пространства скоростей, причинно связанной с поперечным сечением  $S_b$  или, что то же самое, с плазмой в области столкновительного расширения. Однако, для  $S > S_b$  в пространстве скоростей есть область, не связанная с областью столкновительного расширения. В самом деле, если частица в некотором сечении  $S > S_b$  имеет поперечную скорость  $v_{\perp} > v_2$ , она не может достичь граничного сечения  $S_b$ , поскольку отражается магнитной пробкой. Часть таких частиц с  $v_{\perp} > v_1$  может достичь стенки, где они поглощаются. Но частицы с  $v_{\perp} < v_1$  отражаются потенциалом плазмы при движении к стенке. Таким образом, часть электронов полностью изолирована внутри области кинетического расширения; область в пространстве скоростей, соответствующая таким запертым электронам,  $\mathcal{T}(S) = \{v_2 < v_{\perp} < v_1\}$ , показана на рисунке 4.3(b) красной заливкой. Заметим, что запертых электронов нет ни в начале ( $S_b$ ) ни в конце ( $S_{\max}$ ) области кинетического расширения. Накопление запертых электронов возможно вследствие слабой столкновительности и других неадиабатических процессов. Вслед за Рютовым будем предполагать, что плотность запертых электронов в пространстве скоростей не слишком отличается от аналогичной плотности пролетных электронов [81]; предположение было подтверждено в моделировании кинетическими кодами с учетом конечной столкновительности [82]. Имея целью сконструировать модельную функцию распределения, будем характеризовать запертые частицы той же функцией распределения (4.23), что и пролетные. Очевидно, что запертые частицы не дают вклада в ток вследствие симметричного распределения по  $v_z$ . Таким образом, полная функция распределения электронов  $f_e$  задается (4.23) в расширенной области

$$\mathcal{V}(S) \cup \mathcal{T}(S) = \begin{cases} v_{\perp} < v_1, & v_z < 0 \\ v_{\perp} < \max(v_1, v_2), & v_z > 0 \end{cases} \quad (4.31)$$

и нулем вне этой области.



Нашей целью является выражение  $n(S, \varphi)$ . Его отыскание производится в три шага. Первым шагом для известного теперь вида функции распределения из уравнения (4.25) выражаем ее амплитуду

$$A = 2A_0 \left( \left( 1 + \operatorname{Erf} \left[ \sqrt{e(\varphi_b - \varphi_w)/T_e} \right] \right) \exp \left( \frac{e\varphi_b}{T_e} \right) - \sqrt{\frac{S_{\max}}{S} - 1} \operatorname{Erfi} \left[ \sqrt{\frac{e(\varphi_b - \varphi_w)/T_e}{S_{\max}/S_b - 1}} \right] \exp \left( \frac{e\varphi_w}{T_e} \right) \right)^{-1} \quad (4.32)$$

где  $A_0 = (2T_e)^{-3/2} m_e^{3/2} n_b$  – соответствующая плотности  $n_b$  амплитуда изотропной максвелловской функции распределения электронов по скоростям,  $\operatorname{Erf}[x]$  – функция ошибок Гаусса,  $\operatorname{Erfi}[x] = -i\operatorname{Erf}[ix]$  – мнимая часть функции ошибок,  $i$  – мнимая единица.

Выражение (4.32) и функция распределения в целом содержат зависимость от  $\varphi_w$ . Для ее исключения вторым шагом решаем уравнение (4.26), которое принимает вид

$$\frac{2\pi AT_e^2}{S_b m_e^2} \left( S_{\max} \exp \left( \frac{S_b e |\varphi_w| / T_e}{S_{\max} - S_b} \right) - (S_{\max} - S_b) \exp \left( \frac{S_b e |\varphi_b| / T_e}{S_{\max} - S_b} \right) \right) = n_b u_{ib}. \quad (4.33)$$

Уравнение определяет  $\varphi_w$  для любого набора параметров задачи. В результате численного решения уравнения (4.33) получаем конкретное значение  $\varphi_w^*$  для некоторого фиксированного набора параметров.

Третьим шагом берем интеграл (4.8) и подставляем в полученное выражение значение потенциала на стенке, найденное на предыдущем шаге. В итоге зависимость концентрации плазмы от площади поперечного сечения и потенциала (а также свободных параметров, фигурирующих в нашей постановке) запишется следующим образом

$$n(S, \varphi) = \sqrt{2} A \left( \frac{\pi T_e}{m_e} \right)^{3/2} \left\{ 1 + \operatorname{Erf} \left[ \frac{e(\varphi - \varphi_w)}{T_e} \right] - \sqrt{1 - \frac{S_b}{S}} \exp \left( \frac{S - S_b \varphi_b / \varphi}{S - S_b} \right) \operatorname{Erfc} [\mathcal{F}_1] + \sqrt{\frac{S_{\max}}{S} - 1} \exp \left( \frac{S - S_b \varphi_b / \varphi}{S - S_b} \right) \operatorname{Erfi} [\mathcal{F}_2] \right\}, \quad (4.34)$$

$$\mathcal{F}_1 = \sqrt{\frac{e(S(S_{\max}\varphi - S_b\varphi - S_{\max}\varphi_w + S_b\varphi_b) - S_b S_{\max}(\varphi_b - \varphi_w))}{(S - S_b)(S_{\max} - S_b)T_e}},$$

$$\mathcal{F}_2 = \sqrt{\frac{e(S(S_{\max}\varphi - S_b\varphi - S_{\max}\varphi_w + S_b\varphi_b) - S_b S_{\max}(\varphi_b - \varphi_w))}{(S_{\max} - S)(S_{\max} - S_b)T_e}},$$

где  $\operatorname{Erfc}[x] = 1 - \operatorname{Erf}[x]$  – дополнительная функция ошибок. Функция  $n(S, \varphi)$  далее используется в численном решении уравнений (4.2), (4.3) или, эквивалентно, (4.4), (4.5) с граничными условиями (4.15).

#### 4.1.4 Скачок потенциала у стенки

Мы находим потенциал на стенке  $\varphi_w$ , согласуя законы сохранения (4.20) с условиями квазинейтральности (4.25) и нулевого тока (4.26) в граничном сечении  $S_b$ , где оба эти условия с

высокой точностью выполняются. С другой стороны, значение потенциала на стенке находится не согласовано с численным решением  $\varphi(S_{\max})$  базовых уравнений модели (4.2), (4.3) и значения  $\varphi(S_{\max})$  и  $\varphi_w$  различны. Дело здесь в том, что условие квазинейтральности выполняется везде кроме тонкого дебаевского слоя у стенки. Соответственно, решение (4.2), (4.3) в этом слое не работает, а точный профиль потенциала определяется уравнением Пуассона. Однако потенциал стенки  $\varphi_w$  определяется точно независимо от деталей формирования дебаевского слоя. Сам слой как правило узкий по сравнению с характерным масштабом области расширения, поэтому  $\varphi(S_{\max})$  характеризует потенциал непосредственно перед этим слоем. Таким образом,  $\Delta\varphi_w$  – скачок потенциала внутри дебаевского слоя – может быть определен как

$$\Delta\varphi_w \approx \varphi_w - \varphi(S_{\max}). \quad (4.35)$$

Наличие конечного скачка потенциала  $\Delta\varphi_w$  в дебаевском слое у стенки можно дополнительно пояснить, обратившись к рисунку 4.3(с). Рисунок соответствует квазинейтральному решению в области до дебаевского слоя. Плотность электронов определяется захваченными частицами в области  $\mathcal{T}(S_{\max})$ ; у этих частиц недостаточно энергии, чтобы преодолеть дебаевский слой. В то же время пролетные электроны в области  $\mathcal{V}(S_{\max})$  переносят весь ток, но не дают вклада в плотность; их доля составляет приблизительно  $c/v_e \sim \sqrt{m_e/m_i}$  от количества запертых электронов. Следовательно, условия квазинейтральности и нулевого тока не являются согласованными.

## 4.2 Аналитическое исследование

Вначале, получим несколько простых приближенных аналитических выражений для характеристик плазмы в расширителе открытой магнитной ловушки, чтобы иметь возможность сравнить их с профилями этих характеристик, получаемыми в рамках предложенной модели. Начнем с простейшего, и потому часто используемого приближения, получаемого из (4.2) и (4.9), если положить скорость ионов  $u_i$  постоянной [81]:

$$n \approx n_p S_{\min}/S, \quad e\varphi \approx -T_e \ln(S/S_{\min}). \quad (4.36)$$

Используя потенциал, полученный таким образом, можно найти скорость ионов из уравнения баланса энергии для ионов (4.4), получая

$$u_i \approx c\sqrt{\alpha + \beta \ln(S/S_{\min})} \quad (4.37)$$

с  $\alpha$  и  $\beta$ , определяемыми соотношением (4.18). Здесь мы пренебрегаем давлением ионов в области расширения, полагая  $T_i = 0$  для  $S \gg S_{\min}$ . Таким образом, в первом порядке теории возмущений для (4.36) получаем

$$\begin{aligned} n &\approx n_p (S_{\min}/S) / \sqrt{\alpha + \beta \ln(S/S_{\min})}, \\ e\varphi &\approx -T_e \left( \ln(S/S_{\min}) + \ln \sqrt{\alpha + \beta \ln(S/S_{\min})} \right). \end{aligned} \quad (4.38)$$

Видим, что учет ускорения ионов вызывает более резкое снижение потенциала в области расширения чем предсказываемое в рамках элементарных оценок (4.36).

Далее рассмотрим случай существенного расширения плазмы в кинетическом режиме,  $S_{\max} \gg S_b \sim S_{\min}$ . В этом случае  $|\varphi_w| \gg T_e/e \gtrsim |\varphi_b|$ , но  $|\Delta\varphi_w| \lesssim T_e/e$ . В конце расширения практически вся кинетическая энергия электронов преобразуется в энергию их продольного движения; соответственно, в начале расширения, граница области отраженных электронов в пространстве скоростей приближенно является окружностью  $m_e(v_z^2 + v_\perp^2)/2 \lesssim -e\varphi_w$ . В этих предположениях интегралы (4.25), (4.26) могут быть вычислены, что позволяет записать простое уравнение для потенциала стенки,

$$(-e\varphi_w/T_e) \exp(e\varphi_w/T_e) \approx 2\sqrt{\pi}c/v_e. \quad (4.39)$$

Чтобы удовлетворить условию  $|\varphi_w| \gg T_e/e$ , используем больший по модулю из двух корней данного уравнения, оценить который по порядку величины можно как  $-e\varphi_w/T_e \sim \ln \sqrt{m_i/m_e}$ . Потенциал (4.36) по модулю не может превосходить  $\varphi_w$ . Таким образом, налицо широко известный вывод, полученный еще Д. Д. Рютовым: приближение (4.36) справедливо лишь в ограниченном диапазоне коэффициентов расширения  $S_{\max}/S_{\min} \lesssim \sqrt{m_i/m_e}$  [81].

Пренебрегая изменением магнитного поля внутри дебаевского слоя, можно представить область запертых электронов в пространстве скоростей как вертикальную (вдоль  $v_\perp$ ) полосу

$$\mathcal{T} \approx \{m_e v_z^2 < 2e|\Delta\varphi_w|\}, \quad (4.40)$$

т. е. только электроны с продольной кинетической энергией, меньшей полного перепада потенциала, могут накапливаться непосредственно перед дебаевским слоем и определяют здесь плотность плазмы. В рассматриваемом нами случае существенного кинетического расширения условие  $|\varphi_w| \gg T_e/e \gtrsim |\varphi_b|$  дает возможность при вычислении плотности использовать упрощенное выражение для амплитуды функции распределения  $A \approx A_0 \approx (2T_e)^{-3/2} m_e^{3/2} n_b$ . После вычисления полученное выражение раскладываем в ряд Тейлора вблизи  $\varphi_w$

$$n_t = \int_{\mathcal{T}} 2\pi v_\perp f_e dv_\perp dv_z \approx n_b \operatorname{Erf} \left( \sqrt{\frac{e|\Delta\varphi_w|}{T_e}} \right) \approx 2n_b \exp\left(\frac{e\varphi_w}{T_e}\right) \sqrt{\frac{-e\Delta\varphi_w}{\pi T_e}}. \quad (4.41)$$

Оценив данную плотность соотношением (4.38) для  $S = S_{\max}$ , а также в силу  $S_{\min} \sim S_b \ll S_{\max}$  полагая  $n_b/n_p \sim 1$ , получаем

$$\frac{-e\Delta\varphi_w}{T_e} \approx \frac{\pi S_{\min}^2}{4S_{\max}^2} \frac{\exp(-e\varphi_w/T_e)}{\alpha + \beta \ln(S_{\max}/S_{\min})}, \quad (4.42)$$

Выражение для потенциала на стенке получаем из уравнения (4.39). Точное решение этого уравнения (в случае строгого равенства) есть

$$e\varphi_w/T_e = W(-2\sqrt{\pi}c/v_e), \quad (4.43)$$

где  $W(x)$  –  $W$ - функция Ламберта. Большему по модулю из решений (4.39) соответствует ветка  $W_{-1}(x)$ , имеющая при малых  $x$  (что отвечает  $|\varphi_w| \gg T_e/e$ ) асимптотику

$$W_{-1}(x) \approx \ln\left(\frac{x}{\ln(-x)}\right). \quad (4.44)$$

Подставляя данную асимптотику в (4.42), получаем явное выражение для скачка потенциала у стенки

$$-e\Delta\varphi_w \approx \frac{T_e m_i S_{\min}^2}{64 m_e S_{\max}^2} \frac{\beta \ln^2(\beta m_i/4\pi m_e)}{\alpha + \beta \ln(S_{\max}/S_{\min})}. \quad (4.45)$$

Из полученного выражения видно, что для  $S_{\max}/S_{\min} \gtrsim \exp(\alpha/\beta)$ , слагаемым  $\alpha$  в знаменателе можно пренебречь. Таким образом, при высоких коэффициентах расширения скачок потенциала у стенки с логарифмической точностью можно полагать независимым от температуры ионов. Рассматривая, например, плазму дейтерия, для  $S_{\max}/S_{\min} = \sqrt{m_i/m_e} \approx 60$  и  $T_e = T_i$  из (4.45) получаем  $-e\Delta\varphi_w \approx 0.1T_e$ , что близко к значениям, измеренным в соответствующей серии экспериментов на установке ГДЛ, ИЯФ СО РАН, Новосибирск [83].

Важной характеристикой при интерпретации экспериментов является эффективная температура запертых электронов. Введем «продольную» и «поперечную» температуры, интегрируя соответствующие составляющие кинетической энергии электронов по области  $\mathcal{T}$ , отвечающей запертым частицам

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{t\parallel} \\ T_{t\perp} \end{array} \right\} = \frac{1}{n_t} \int_{\mathcal{T}} \left\{ \begin{array}{l} m_e v_z^2 \\ m_e v_{\perp}^2/2 \end{array} \right\} 2\pi v_{\perp} f_e dv_{\perp} dv_z. \quad (4.46)$$

С той же точностью, что и (4.45), получаем  $T_{t\parallel} \approx \frac{2}{3}|e\Delta\varphi_w|$  и  $T_{t\perp} \approx T_e$  при  $S = S_{\max}$ . Ожидаемо, продольная энергия запертых электронов определяется скачком потенциала у стенки, в то время как поперечная энергия определяется потоком электронов из ловушки, пополняющим число запертых частиц.

### 4.3 Моделирование

В представленной теории присутствует два геометрических фактора. Первый из них – максимальный коэффициент расширения  $S_{\max}/S_{\min}$  определяемый исключительно конструкцией ловушки. В различных экспериментах он может варьироваться от нескольких единиц до нескольких сотен. Для  $S_{\max}/S_{\min}$  нет критических технических ограничений кроме, собственно, размера расширителя. Другим фактором является размер области столкновительного расширения  $S_b/S_{\min}$ , зависящий от параметров удерживаемой плазмы. Предполагая для простоты квадратичный закон расширения,  $S \propto (1 + z^2/L^2)$ , и стандартное определение для длины свободного пробега электронов в полностью ионизированной плазме [37], из уравнения (4.1) получаем

$$\frac{S_b}{S_{\min}} \approx 1 + 5 \left[ \frac{L}{1 \text{ см}} \right]^2 \left[ \frac{n_p}{10^{12} \text{ см}^{-3}} \right]^2 \left[ \frac{T_e}{1 \text{ эВ}} \right]^{-4}. \quad (4.47)$$

Так, например, эксперименты с компактными ловушками по разработке источника ЭУФ излучения обычно используют достаточно плотную плазму со сравнительно низкими температурами, что соответствует небольшой длине свободного пробега электронов. Взяв, например, характерные параметры источника экстремального ультрафиолетового излучения из главы II (подраздел 2.1.4)  $n_p \sim (0.3 - 1.5) \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e \sim 50 \text{ эВ}$ , и  $L \sim 5 \text{ см}$ , получаем  $S_b/S_{\min} \sim 3 - 50$ .

С другой стороны, для экспериментов по удержанию плазмы с субтермоядерными параметрами на крупномасштабной ловушке ГДЛ, ИЯФ СО РАН, Новосибирск [84],  $n_p \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ,

$T_e \sim 500$  эВ, и  $L \sim 10$  см, получаем  $S_b/S_{\min} \approx 1$ , то есть область кинетического расширения для субтермоядерной плазмы начинается сразу за магнитной пробкой. Коэффициенты расширения, доступные на этой установке порядка 100. Представляя результаты моделирования, мы будем рассматривать параметры, характерные для каждого из случаев: «высокотемпературной» плазмы с  $S_b/S_{\min} = 1$  и «низкотемпературной» плазмы с  $S_b/S_{\min} = 3$  или  $S_b/S_{\min} = 30$ .

На рисунках 4.4 изображены самосогласованные профили потенциала и скорости ионов. Для сравнения изображен также профиль потенциала (4.36) соответствующий простейшему приближению постоянной скорости ионов. Видно, что наша модель предсказывает более резкое уменьшение потенциала в области расширения, чем (4.36), поскольку электроны тратят часть своей энергии на ускорение ионов. В кинетическом режиме скорость иона и потенциал перед дебаевским слоем являются логарифмически медленными функциями коэффициента расширения.

Полный перепад потенциала  $\varphi_w$ , определяемый из уравнения (4.33), от положения стенки, как видно из рисунков 4.4, зависит слабо. Коэффициент расширения на стенке  $S_{\max}$  входит в (4.33) лишь за счет параметра  $S_{\max}/S_b - 1$ , то есть зависимость  $\varphi_w(S_{\max})$  определяется тем, какой объем расширителя занимает область столкновительного расширения. Поэтому сколь либо заметным образом данная зависимость проявляется только при  $S_{\max}/S_b \sim 1$ . При  $S_{\max}/S_b \gg 1$  зависимость полного перепада потенциала от положения стенки насыщается и выходит на некоторый фиксированный уровень, который тем выше, чем больше  $S_b$ . Таким образом, поскольку полный перепад потенциала  $\varphi_w$  в случае  $T_i \lesssim T_e$ , типичном для рассматриваемых в настоящем разделе приложений, является определяющим при расчете продольных (конвективных) потерь энергии

$$P_{\text{conv}} = (\beta^{-1} - e\varphi_w/T_e) \Gamma T_e, \quad (4.48)$$

можно утверждать, что конвективные потери в расчете на одну электрон-ионную пару, покидающую ловушку, определяются в основном протяженностью области столкновительного расширения.

На рисунке 4.5 показана зависимость скачка потенциала у стенки от максимального коэффициента расширения. Для сравнения изображены величина  $\Delta\varphi_w$  рассчитанная из соотношения (4.35) и задаваемая выражением

$$e\Delta\varphi_w \approx -T_e (m_i/m_e)^{1/3} (S_{\min}/S_{\max})^{2/3} \quad (4.49)$$

предложенным Рютовым [81]. Хотя обе модели предсказывают одну и ту же тенденцию к уменьшению  $\Delta\varphi_w$  с увеличением коэффициента расширения, включение в рассмотрение динамики ионов в нашем случае приводит к гораздо меньшим скачкам потенциала у стенки по сравнению с оценкой Рютова. На рисунке 4.5 это различие становится наиболее заметным при  $S_b/S_{\min} = 1$ , т. е. для горячей разреженной плазмы, мгновенно переходящей в режим кинетического расширения. Отметим также слабую зависимость  $\Delta\varphi_w$  от температуры ионов для этого случая. Опубликованные измерения  $\Delta\varphi_w$  для экспериментальной кампании на большой (расстояние между пробками 7 м, между пробкой и коллектором 2 м) магнитной ловушке ГДЛ [83] позволяют верифицировать выводы нашей теории. Результаты эксперимента изображены точками

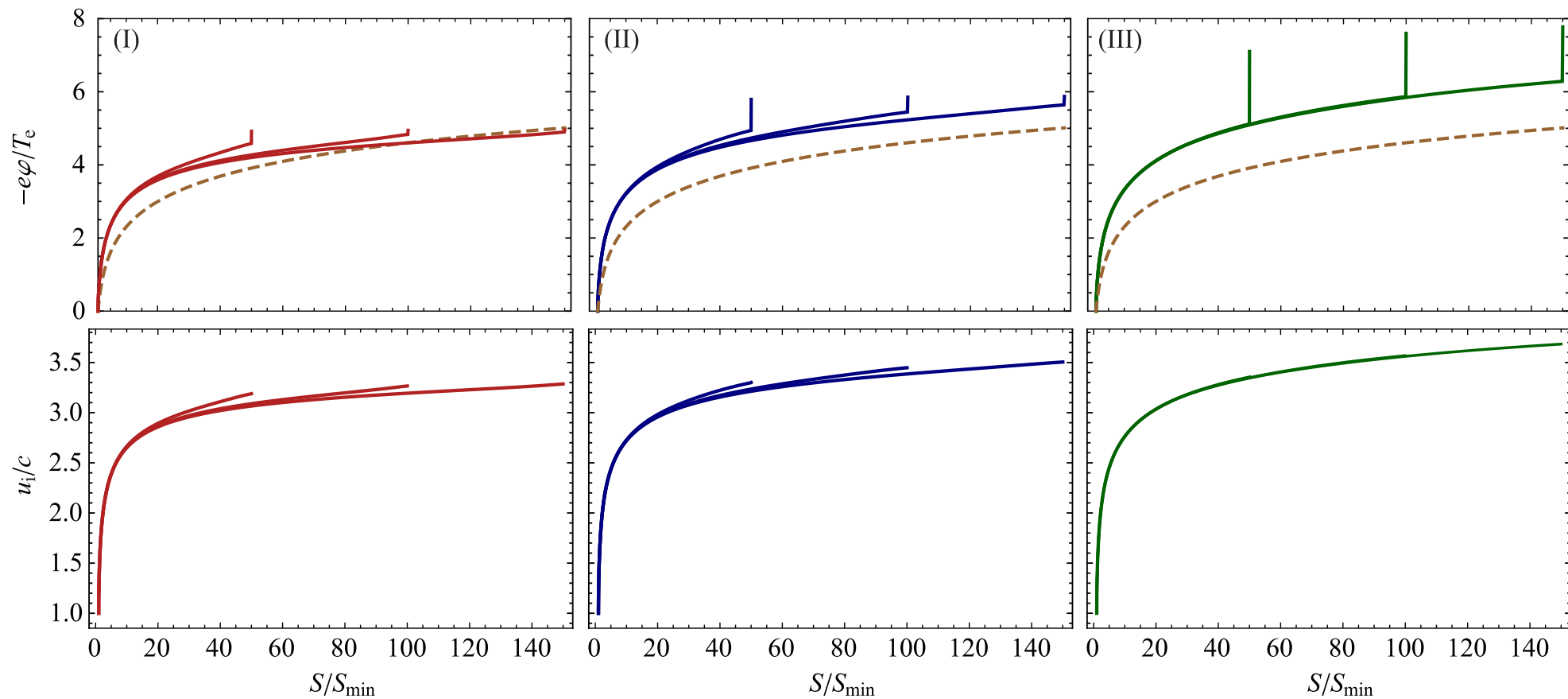


Рис. 4.4. Самоогласованные профили нормированных ионной скорости  $u_i/c$  и амбиполярного потенциала  $e\phi/T_e$  для трех случаев: (I)  $S_b/S_{\min} = 1$ , (II)  $S_b/S_{\min} = 3$  и (III)  $S_b/S_{\min} = 30$ . Для каждого случая рассмотрены три положения коллектора:  $S_{\max}/S_{\min} = 50, 100$ , и  $150$ . Штриховая линия отвечает простейшему приближению (4.36). Отношение масс электронов и ионов отвечает дейтериевой плазме, предполагается  $T_i \ll T_e$ .

на рисунке 4.5 и демонстрируют хорошее согласие с результатами моделирования. Заметим, что данное совпадение теории и эксперимента является «честным» – у нас нет свободных параметров, чтобы адаптировать теорию к имеющимся данным.

На рисунке 4.6 показано изменение температур запертых электронов вдоль магнитного поля в условиях, характерных для ГДЛ. Немонотонное поведение продольных и поперечных температур является результатом сложной эволюции области запертых частиц  $\mathcal{T}(S)$  в пространстве скоростей с ростом  $S$ . Заметим, что измеряемые зондом Ленгмюра значения средней энергии электронов [83] наиболее чувствительны к продольной эффективной температуре запертых электронов. При больших коэффициентах расширения эта температура намного меньше, чем температура электронов внутри ловушки,  $T_{\parallel} \sim |e\Delta\varphi_w| \ll T_e$ , что подтверждается экспериментально на ГДЛ [83]. Измеренные средние продольные энергии электронов в области расширителя ( $\sim 20$  эВ) обозначены точками на рисунке 4.6.

## 4.4 Заключение к главе IV

Единственным среди рассмотренных эффектов, напрямую влияющим на продольные (конвективные) потери энергии, является столкновительный изотермический разлет плазмы вблизи магнитной пробки. Данное влияние происходит за счет того, что в области столкновительного расширения у пробки возникает дополнительный поток энергии из ловушки вследствие теплопроводности, который увеличивает направленную скорость ионов. Таким образом, чем больше протяженность этой области, тем существеннее конвективные потери. Этот эффект не сильно выражен в крупных термоядерных установках, но негативно влияет на удержание плотной плазмы в компактных устройствах, таких как плазменные источники ЭУФ излучения из главы II или источники многозарядных ионов для ускорителей [7, 12], поскольку конвективные потери в данных приложениях являются паразитными. С другой стороны, увеличение модуля падения потенциала, вызванное увеличением продольных потерь энергии, может улучшить удержание электронов, в том числе за счет увеличения популяции запертых частиц. Это позволяет, например, рассматривать возможность использования в приложениях ЭЦР-разряда в конфигурации с одним соленоидом [85, 86], когда удержание электронов в убывающем магнитном поле происходит исключительно за счет амбиполярного потенциала.

Если коллектор располагается в области кинетического расширения, то от положения стенки полный перепад потенциала и, следовательно, полный поток энергии зависят слабо. В силу (4.25) и (4.26), существование запертых электронов и увеличение скорости ионов во время расширения в бесстолкновительном кинетическом режиме не влияют на падение потенциала  $\varphi_b - \varphi_w$ . Более того, для изотропной функции распределения электронов, вылетающих из ловушки, падение потенциала логарифмически слабо зависит от коэффициента расширения в кинетическом режиме  $S_{\max}/S_b$ . Изменение перепада потенциала при перемещении коллектора плазмы ( $S_{\max}$ ) происходит только за счет преобразования поперечной энергии электронов в продольную в убывающем магнитном поле. Для достаточно больших коэффициентов расширения, этот эффект может быть значительным только при сильно анизотропной функции распределения электро-

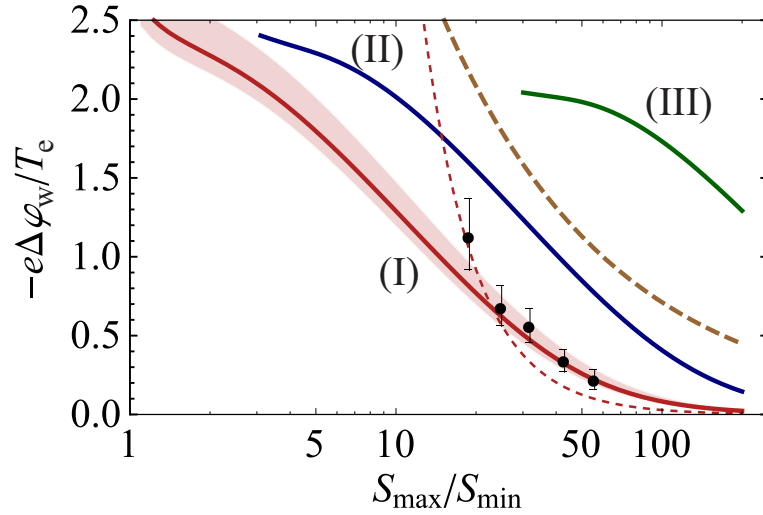


Рис. 4.5. Зависимость скачка потенциала у стенки  $-e\Delta\varphi_w/T_e$  от максимального коэффициента расширения  $S_{\max}/S_{\min}$  для тех же параметров, что и на рисунке 4.4 за исключением случая (I) в котором рассмотрен интервал  $0 < T_i < T_e$  обозначенный облаком вокруг центральной кривой  $T_i = 0.6T_e$ . Штриховые линии отвечают приближенной формуле (4.45) (тонкая) и асимптотике Рютова (4.49) (жирная). Черные точки с планками погрешностей отвечают экспериментальным результатам полученным для плазмы, нагреваемой нейтральным инжектором, на установке ГДЛ:  $T_e$  изменяется от 100 до 200 эВ для различных  $S_{\max}/S_{\min}$  согласно рисунку 3 работы [83], данные об измерениях потенциала взяты из рисунка 5 той же работы,  $T_i = 120$  эВ.

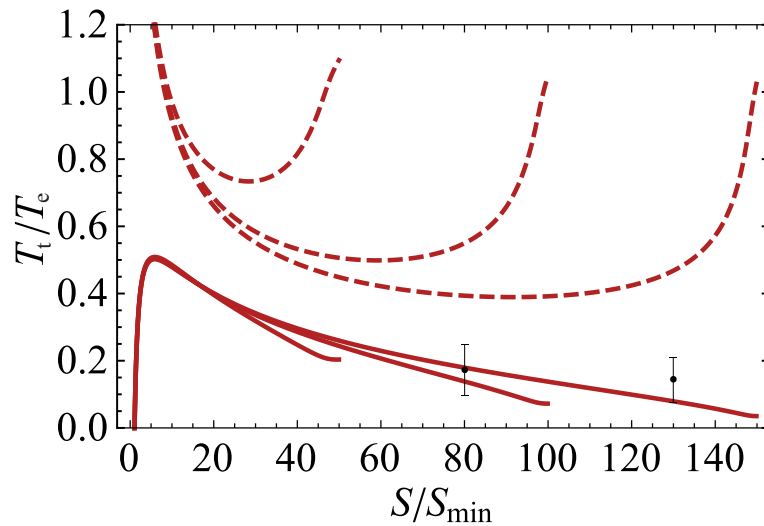


Рис. 4.6. Зависимости «продольной» ( $T_{t||}$ , сплошные линии) и «поперечной» ( $T_{t\perp}$ , штриховые линии) температур запертых электронов вдоль магнитного поля для параметров случая (I) рисунка 4.4. Черные точки отвечают продольным температурам измеренным на ГДЛ в похожих условиях (использованы данные о «средней энергии» («average energy») из работы [83] умноженные на два, чтобы получить температуру).



нов с преобладанием поперечной энергии. Таким образом, мы обобщаем вывод подраздела 1.4.3 о том, что для плазмы с фиксированным зарядовым состоянием конвективные потери энергии слабо зависят от положения стенки, на случай произвольных коэффициентов расширения.

Тем не менее следует избегать ситуации, когда значительная часть полного падения потенциала приходится на дебаевскую оболочку вблизи коллектора плазмы, характерного для близкого расположения стенки (см. рисунок 4.4). Причина в том, что: (1) требования к электропрочности материала, из которого изготовлена торцевая пластина, существенно возрастают; (2) то же верно и для качества вакуума, который позволил бы избежать развития пробоя у стенки, а также (3) охлаждение основной плазмы за счет холодных электронов вторичной эмиссии может стать существенным. В силу того, что потенциал масштабируется пропорционально температуре удерживаемой плазмы, данное замечание в первую очередь касается больших ловушек для исследований в области УТС. В экспериментах на установке ГДЛ было показано, что существует некоторое критическое расстояние между пробкой и собирающей плазму стенкой, ниже которого удержание плазмы резко ухудшается; при этом удержание является хорошим и не зависит от положения стенки, если она расположена дальше критического расстояния [87]. В то же время эта граница располагалась заметно ближе к магнитной пробке, чем предсказывает теория Рютова, что связано с завышенным, по сравнению с экспериментальными данными, перепадом потенциала  $\Delta\varphi_w$  в тонкой области нарушения квазинейтральности. Учет изменения скорости ионов в нашей модели приводит к результатам, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

# Заключение

В заключение приведем основные результаты диссертационной работы:

1. Развита теория стационарного течения неравновесной плазмы в условиях многократной ионизации. Предложена эффективная техника поиска решения уравнений теории.
2. Построена теоретическая модель линейчатого излучения оптически плотного образования неравновесной плазмы многозарядных ионов с учетом мультиплетного расщепления спектральных терм.
3. Установлены предельные параметры неравновесной многозарядной плазмы для двух существующих концепций источника ЭУФ излучения: на основе дополнительного нагрева вакуумно-дуговой плазмы олова, каналируемой внешним магнитным полем, и на основе разряда в свободно расширяющемся потоке ксенона.
4. Исследованы режимы течения неравновесной плазмы, каналируемой внешним магнитным полем, в присутствии наведенного внутреннего высокочастотного электромагнитного поля, усиленного вследствие дипольного резонанса с потоком плазмы. Определены характеристики поглощения энергии электромагнитного поля плазмой в условиях возникающей нелинейности.
5. Разработан метод описания течения неравновесной плазмы в расширителе открытой магнитной ловушки, позволяющий рассчитывать профили потенциала плазмы и направленной скорости ионов самосогласованным образом.
6. Установлена зависимость скачка потенциала в двойном слое у коллектора плазмы от его положения в расширителе открытой газодинамической магнитной ловушки и параметров удерживаемой в ловушке плазмы.

Пользуясь предоставленной возможностью, автор благодарит своего учителя доктора физико-математических наук Александра Геннадиевича Шалашова, под руководством которого и, во многом, благодаря наставлениям которого был пройден нелегкий, но интересный, творческий путь от знакомства с областью будущей специализации до нынешнего момента. Отдельную благодарность хочется выразить коллеге и старшему товарищу Егору Дмитриевичу Господчикову за длительную, плодотворную и увлекательную совместную работу.

## Основные публикации автора по теме диссертационной работы

- [1A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *О формировании многозарядной плазмы в направленном потоке газа.* // Известия вузов. Радиофизика. 2015. Т. **58** (12). С. 1022-1043.
- [2A] Шалашов А. Г., Абрамов И. С., Голубев С. В., Господчиков Е. Д. *Теория стационарного СВЧ разряда с многозарядными ионами в расширяющейся струе газа.* // ЖЭТФ. 2016. Т. **150** (2). С. 254-267.
- [3A] Abramov I. S., Gospodchikov E. D., Shalashov A. G. *Prospects of extreme ultraviolet radiation sources based on microwave discharge for high-resolution lithography.* // Phys. Plasmas. 2017. Vol. **24**. P. 073511(8).
- [4A] Abramov I. S., Gospodchikov E. D., Shalashov A. G. *Extreme-ultraviolet light source for lithography based on an expanding jet of dense xenon plasma supported by microwaves.* // Phys. Rev. Applied 2018. Vol. **10**. P. 034065(11).
- [5A] Shalashov A. G., Vodopyanov A. V., Abramov I. S., Sidorov A. V., Gospodchikov E. D., Razin S. V., Chkhalo N. I., Salashchenko N. N., Glyavin M. Yu., and Golubev S. V. *Observation of extreme ultraviolet light emission from an expanding plasma jet with multiply charged argon or xenon ions.* // Appl. Phys. Lett. 2018 Vol. **113**. P. 153502(5).
- [6A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *Нелинейное взаимодействие СВЧ-излучения с потоком плазмы в условиях гибридного резонанса.* // ЖЭТФ. 2019. Т. **156** (3). С. 528-539.
- [7A] Abramov I. S., Gospodchikov E. D., Shaposhnikov R. A. and Shalashov A. G. *Effect of ion acceleration on a plasma potential profile formed in the expander of a mirror trap.* // Nucl. Fusion. 2019. Vol. **59**. P. 106004(9).
- [8A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *Источник экстремального ультрафиолетового излучения на основе разряда, поддерживаемого импульсом излучения терагерцевого лазера на свободных электронах.* // ЖЭТФ. 2021. Т. **159** (2). С. 270-280.

- [9A] Shalashov A. G., Golubev S. V., Abramov I. S., Gospodchikov E. D. *Formation of UV-radiating strongly non-equilibrium plasma with multiply charged ions in the expanding high-pressure gas jet.* // AIP Conference Proceedings. 2016 Vol. **1771**. P. 070001(4).
- [10A] Shalashov A. G., Abramov I. S., Golubev S. V., Gospodchikov E. D. *Microwave discharge with multiply charged ions in expanding gas jet as a point source of UV radiation.* // Proc. 43rd European Physical Society Conference on Plasma Physics in Leuven, Belgium, July 4 – 8, 2016. P. 1.111(4).
- [11A] Abramov I. S., Gospodchikov E. D. and Shalashov A. G. *Theory of resonant stationary discharge with multiply charged ions in plasma flow propagating in mirror magnetic trap.* // EPJ Web of Conferences. 2017. Vol. **149**. P. 02024(2).
- [12A] Abramov I. S., Gospodchikov E. D. and Shalashov A. G. *Modelling of EUV light sources based on microwave discharge in inhomogeneous flow of nonequilibrium plasma with multiply charged tin and xenon ions.* // EPJ Web of Conferences. 2018. Vol. **187**. P. 01001(2).
- [13A] Abramov I. S., Gospodchikov E. D., Shalashov A. G., Sidorov A. V., Vodopyanov A. V. *Source of extreme ultraviolet light based on expanding jet of dense plasma supported by microwaves: theory and modeling.* // Proc. 45th European Physical Society Conference on Plasma Physics, Prague, Czech Republic, July 2 – 6, 2018. P. 2.3021(4).
- [14A] Abramov I. S., Shaposhnikov R. A., Gospodchikov E. D., Shalashov A. G. *Ion acceleration in a non-equilibrium plasma flow expanding from a magnetic mirror.* // Proc. 46th European Physical Society Conference on Plasma Physics, Milan, Italy, July 8 – 12, 2019. P. 4.4004(4).
- [15A] Abramov I. S., Gospodchikov E. D., Shalashov A. G. *Multi-charged plasma flow as a source of UV radiation.* // Proc. 9th Int. Workshop «Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications», Nizhny Novgorod, July 24-30, 2014. P. 91-92.
- [16A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *О формировании плазмы многозарядных ионов в направленном потоке газа.* // Тезисы докладов XLII Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 9- 13 февраля 2015. С. 232.
- [17A] Шалашов А. Г., Господчиков Е. Д., Абрамов И. С. *Теория стационарного СВЧ разряда с многозарядными ионами в расходящейся струе газа.* // Тезисы докладов XLIII Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 8-12 февраля 2016. С. 267.
- [18A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *Локализованный разряд в плотной ксеноновой плазме как точечный источник жесткого ультрафиолетового излучения.* // Тезисы докладов XLIII Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 8-12 февраля 2016. С. 237.
- [19A] Abramov I. S., Gospodchikov E. D., Shalashov A. G. *Formation of XUV-radiating strongly non-equilibrium plasma with multiply charged ions in the expanding high-pressure gas jet.* //

- Proc. VI International Conference «Frontiers of Nonlinear Physics», N.Novgorod – St. Peterburg, Russia, July 17-23, 2016. P. 247-248.
- [20A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *Теория стационарного СВЧ-разряда в потоке неоднородной неравновесной плазмы многозарядных ионов.* // XXIII Нижегородская сессия молодых ученых (технические, естественные, математические науки): материалы докладов. 2018. Т. 2. С. 4.
- [21A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *Источник ЭУФ излучения на основе стационарного СВЧ разряда в потоке многозарядной плазмы переменного сечения.* // Тезисы докладов XLV Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 2-6 апреля, 2018. С. 216.
- [22A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *Нелинейное взаимодействие СВЧ излучения с потоком плазмы в условиях верхнего гибридного резонанса.* // Тезисы докладов XLVI Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 18-22 марта, 2019. С. 176.
- [23A] Абрамов И. С. *Теория стационарного СВЧ-разряда в потоке неоднородной неравновесной плазмы многозарядных ионов.* // XXIV Нижегородская сессия молодых ученых (технические, естественные и математические науки): материалы докладов. 2019. С. 86.
- [24A] Abramov I. S., Gospodchikov E. D., Shalashov A. G. *Nonlinear absorption of microwaves in bounded plasma flow.* // Proc. VII International Conference «Frontiers of Nonlinear Physics», N.Novgorod, Russia, June 28 – July 4, 2019. P. 193-194.
- [25A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *Локализованный ТГц разряд, поддерживаемый излучением ЛСЭ: моделирование пробоя и режимов горения.* // Тезисы докладов XLVII Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 16-20 марта, 2020. С. 159.
- [26A] Абрамов И. С., Шапошников Р. А., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *Влияние ускорения ионов на профиль потенциала в расширителе открытой магнитной ловушки.* // Тезисы докладов XLVII Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 16-20 марта, 2020. С. 78.
- [27A] Абрамов И. С., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. *Разряд, поддерживаемый импульсом излучения лазера на свободных электронах, как источник экстремального ультрафиолетового излучения.* // Тезисы докладов XLVIII Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС. Звенигород, 15-19 марта, 2021. С. 153.

# Литература

- [1] Райзер Ю. П. *Физика газового разряда*. – Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2009. – 736 с.
- [2] Bagryansky P. A., Shalashov A. G., Gospodchikov E. D. et al. *Threefold increase of the bulk electron temperature of plasma discharges in a magnetic mirror device*. // PRL – 2015. – Vol. **144**. – P. 205001.
- [3] Wolf R. C., Bozhenkov S., Dinklage A. et al. *Electron-cyclotron-resonance heating in Wendelstein 7-X: A versatile heating and current-drive method and a tool for in-depth physics studies*. // Plasma Phys. Control. Fusion – 2019. – Vol. **61**. – P. 014037.
- [4] Batanov G. M., Borzosekov V. D., Kovrizhnykh L. M. et al. *Backscattering of gyrotron radiation and short-wavelength turbulence during electron cyclotron resonance plasma heating in the L-2M stellarator*. // Plasma Physics Reports – 2013. – Vol. **39**. – P. 444-455.
- [5] Skalyga V., Izotov I., Sidorov A. et al. *High current proton source based on ECR discharge sustained by 37.5 GHz gyrotron radiation*. // Journal of Instrumentation. – 2012. – Vol. **7**. – P. P10010.
- [6] Golubev S., Skalyga V., Izotov I. and Sidorov A. *New method of a “point-like” neutron source creation based on sharp focusing of high-current deuteron beam onto deuterium-saturated target for neutron tomography*. // Journal of Instrumentation. – 2017. – Vol. **12**. – P. T02003.
- [7] Водопьянов А. В., Голубев С. В., Мансфельд Д. А. и др. *Генерация многозарядных ионов тугоплавких металлов в электронно-циклотронном резонансном разряде в прямой магнитной ловушке*. // ЖТФ. – 2005. – Т. **75**. – С. 101-105.
- [8] Артемьев К. В., Батанов Г. М., Давыдов А. М. и др. *Характеристики подпорогового микроволнового разряда в волновом пучке в воздухе и эффективность плазмохимического реактора*. // Физика плазмы. – 2021. – Vol. **47** (5). – С. 476-489.
- [9] Артемьев К. В., Батанов Г. М., Бережецкая Н. К. и др. *Подпороговый разряд в микроволновом пучке как основа плазмохимического реактора, предназначенного для очистки городской воздушной среды от избыточного содержания сероводорода*. // Физика плазмы. – 2021. – Vol. **47** (4). – С. 379-382.

- [10] Vikharev A. L., Gorbachev A. M., Lobaev M. A., Radishev D. B. *Multimode cavity type MPACVD reactor for large area diamond film deposition.* // *Diamond and Related Materials.* – 2018. – Vol. **83.** – P. 8-14.
- [11] Akhmadullina N. S., Skvortsova N. N., Obraztsova E. A. et al. *Plasma-chemical processes under high-power gyrotron discharge in the mixtures of metal and dielectric powders.* // *Chemical Physics.* – 2019. – Vol. **516.** – P. 63-70.
- [12] Geller R. *Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasmas.* – London: London Institute of Physics Publishing, 1996. – 434 p.
- [13] Zhao H. W., Sun L. T., Guo J. W. et al. *Superconducting ECR ion source: From 24-28 GHz SECRA to 45 GHz fourth generation ECR.* // *Review of Scientific Instruments.* – 2018. – Vol. **89.** – P. 052301.
- [14] Голубев С. В., Зорин В. Г., Платонов Ю. Я., Разин С. В. *Мягкое рентгеновское излучение ЭЦР разряда, поддерживаемого пучком миллиметровых волн.* // *Письма в ЖТФ.* – 1994. – Vol. **20** (4). – С. 7-11.
- [15] White J., Hayden P., Dunne P. et al. *Simplified modeling of 13.5 nm unresolved transition array emission of a Sn plasma and comparison with experiment.* // *J. Appl. Phys.* – 2005. – Vol. **98.** – P. 113301.
- [16] Churilov S. S., Joshi Y. N., Reader J., Kildiyarova R. R.  $4p^6 4d^8 - (4d^7 5p + 4d^7 4f + 4p^5 4d^9)$  *Transitions in Xe XI.* // *Physica Scripta* – 2004. – Vol. **70.** – P. 126-138.
- [17] Bakshi V. *EUV Lithography.* – Bellingham, WA: SPIE, 2018. – 758 p.
- [18] Wagner C., and Harned N. *Lithography gets extreme.* // *Nature Photonics.* – 2010. – Vol. **4.** – P. 24-26.
- [19] Chkhalo N. I. and Salashchenko N. N. *Next generation nanolithography based on Ru/Be and Rh/Sr multilayer optics.* // *AIP Advances.* – 2013. – Vol. **3.** P. 082130.
- [20] Golubev S. V., Razin S. V., Vodopyanov A. V., Zorin V. G. *Formation of multicharged ions in plasma of ECR discharge sustained by powerful millimeter wave radiation in a mirror trap.* // *Fusion technology.* – 1999. – Vol. **35.** (1T) – P. 288-291.
- [21] Водопьянов А. В., Голубев С. В., Зорин В. Г. и др. *Электронно-циклотронный резонансный разряд в тяжелых газах, поддерживаемый мощным микроволновым пучком в магнитной ловушке, как источник мягкого рентгеновского излучения.* // *Письма в ЖТФ.* – 2000. – Т. **26** (24). – С. 7-12.
- [22] Golubev S. V. Razin S. V., Semenov V. E. et al. *Formation of multi-charged ions and plasma stability at quasigasdynamical plasma confinement in a mirror magnetic trap.* // *Review of Scientific Instruments.* – 2000. – Vol. **71.** (2) – P. 669-671.

- [23] Водопьянов А. В., Голубев С. В., Мансфельд Д. А. и др. *Источник жесткого ультрафиолетового излучения на основе ЭЦР разряда*. // Письма в ЖЭТФ. – 2008. – Т. **88**. – С. 103-106.
- [24] Патент №2523445, Российская Федерация, МПК H05G2/00 H01G21/027. Способ получения направленного экстремального ультрафиолетового (ЭУФ) излучения для проекционной литографии высокого разрешения и источник направленного ЭУФ излучения для его реализации: №2012131070/07 : заявл. 19.07.2012 : опубл. 20.07.2014 / Водопьянов А. В., Голубев С. В., Литвак А. Г. и др.; заявитель и патентообладатель ИПФ РАН. – 15 с.
- [25] Патент №2633726, Российская Федерация, МПК H05G2/00 G03F7/20. Устройство получения направленного экстремального ультрафиолетового излучения с длиной волны  $11.2 \text{ нм} \pm 1\%$  для проекционной литографии высокого разрешения : №2016119288 : заявл. 18.05.2016 : опубл. 17.10.2017 / Водопьянов А. В., Глявин М. Ю., Мансфельд Д.А. и др.; заявитель и патентообладатель ИПФ РАН. – 15 с.
- [26] Brandt D. C., Fomenkov I., Stewart J. *Progress in availability of NXE: 3400B EUVL sources in the field and power scaling towards 500W*. // Proc. SPIE 11323, EUV Lithography XI. – 2020. – P. 113230W.
- [27] Mizoguchi H., Nakarai H., Abe T. et al. *Challenge of >300W high power LPP-EUV source with long collector mirror lifetime for semiconductor HVM*. // Proc. SPIE 11323, EUV Lithography XI. – 2020. – P. 113230X.
- [28] Thumm M. *State-of-the-art of high power gyro-devices and free electron masers*. // Karlsruhe Institute of Technology Scientific Reports – 2016. – Vol. **7735**. – 179 p.
- [29] Chkhalo N. I., Golubev S. V., Mansfeld D. et al. *Source for extreme ultraviolet lithography based on plasma sustained by millimeter-wave gyrotron radiation*. // J. Micro/Nanolithogr. MEMS, and MOEMS. – 2012. – Vol. **11**. – P. 021123-1.
- [30] Glyavin M. Y., Golubev S. V., Izotov I. V. et al. *A point-like source of extreme ultraviolet radiation based on a discharge in a non-uniform gas flow sustained by powerful gyrotron radiation of terahertz frequency band*. // Appl. Phys. Lett. – 2014. – Vol. **105**. – P. 174101.
- [31] Dorf M. A., Semenov V. E., and Zorin V. G. *A fluid model for ion heating due to ionization in a plasma flow*. // Phys. Plasmas. – 2008. – Vol. **15**. – P. 093501.
- [32] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Гидродинамика*. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
- [33] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. *Физическая кинетика*. – М.: Наука, 1979. – 528 с.
- [34] Turlapov A. V. and Semenov V. E. *Confinement of a mirror plasma with an anisotropic electron distribution function*. // Phys. Rev. E. – 1998. – Vol. **57**. – P. 5937-5944.



- [35] Philippov A. V., Povyshev V. M. et al. *Electron-impact ionization cross sections of Ti, Kr, Sn, Ta, U atoms and their ions in the electron energy rates from the threshold up to 200 keV.* // JINR Commun. – 2002. – Vol. **E9-2002-5**. – 40 p.
- [36] Povyshev V. M., Sadovoy A. A., Shevelko V. P. et al. *Electron-impact ionization cross sections of H, He, N, O, Ar, Xe, Au, Pb atoms and their ions in the electron energy rates from the threshold up to 200 keV.* // JINR Commun. – 2001. – Vol. **E9-2001-148**. – 46 p.
- [37] Huba J. D. *NRL Plasma Formulary.* – Washington, DC: Naval Research Laboratory, 2013. – 71 p.
- [38] Van Regemorter H. *Rate of collisional excitation in stellar atmospheres.* // Astrophys. J. – 1962. – Vol. **136**. P. 906-915.
- [39] Sampson D. H. and Zhang H. L. *Use of the Van Regemorter formula for collision strengths or cross-sections.* // Phys. Rev. A. – 1992. – Vol. **45**. P. 1556-1561.
- [40] Cowan, R. D. *The Theory of Atomic Structure and Spectra.* – Berkeley: University of California Press, 1981. – 650 p.
- [41] Churilov S. S. and Joshi Y. N. *Analysis of the  $4p^6 4d^8 4f$  and  $4p^5 4d^{10}$  configurations of Xe X and some highly excited levels of Xe VIII and Xe IX ions.* // Phys. Scr. – 2002. – Vol. **65**. – P. 40-45.
- [42] Биберман Л. М. *К теории диффузии резонансного излучения.* // ЖЭТФ. – 1947. – Т. **17**. – P. 416.
- [43] Holstein T. *Imprisonment of resonance radiation in gases.* // Phys. Rev. – 1947. – Vol. **72**. – P. 1212.
- [44] Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. *Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы.* – М: Наука, 1982. – 378 с.
- [45] Apruzese J. P. *An analytic Voigt profile escape probability approximation.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 1985. – Vol. **34**. – P. 447-452.
- [46] Izawa Y., Nishihara K., Tanuma H. et al. *EUV light source by high power laser.* // J. Phys.: Conf. Ser. – 2008. – Vol. **112**. – P. 042047.
- [47] Головановский К. С. *Зеркальная магнитная ловушка с электронно-циклотронным нагревом плазмы как источник многозарядных ионов.* // Приборы и техника эксперимента. – 1985. – № 5 – P. 7-26.
- [48] Muller A., Salzborn E., *Scaling of cross sections for multiple electron transfer to highly charged ions colliding with atoms and molecules.* // Physics Letters. – 1977. – Vol. **62A**. – P. 391-394.

- [49] Gospodchikov E. D., Smolyakova O. B., Suvorov E. V. *Ray trajectories and electron cyclotron absorption in an axisymmetric magnetic confinement system.* // Plasma Physics Reports. – 2007. – Vol. **33**. – P. 427.
- [50] Golant V. E., Piliya A. D. *Linear transformation and absorption of waves in a plasma.* // Sov. Phys. Usp. – 1972. – Vol. **14**. – P. 413.
- [51] Gospodchikov E. D., Kutlin A. G., Shalashov A. G. *Plasma heating and coupling of electromagnetic waves near the upper-hybrid resonance in high- $\beta$  devices.* // Plasma Phys. Control. Fusion. – 2017. – Vol. **59**. – P. 065003.
- [52] Viktorov M. E., Golubev S. V., Mansfeld D. A., Vodopyanov A. V. *Excitation of electromagnetic waves in dense plasma during the injection of supersonic plasma flows into magnetic arch.* // AIP Conference Proceedings. – 2016. – Vol. **1771**. – P. 070010.
- [53] Thumm M. *Recent advances in the worldwide fusion gyrotron development.* // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2014. – Vol. **42**. – P. 590.
- [54] Oda Y., Kariya T., Minami R. et al. *Progress of 300 GHz high order mode gyrotron development.* // Proc. of IRMMW-THz 2015, Hong Kong. – 2015. – P. TS-68.
- [55] Denisov G. G., Litvak A. G., Myasnikov V. E. et al. *Development in Russia of high-power gyrotrons for fusion* // Nucl. Fusion. – 2008. – Vol. **48**. – P. 054007.
- [56] Vodopyanov A. V., Sidorov A. V., Veselov A. P. et al. *On the prospects for the study of a point discharge sustained by a terahertz free electron laser radiation in an inhomogeneous gas flow* // Proc. of IRMMW-THz 2019, Paris, France. – 2019. – P. 644-645.
- [57] Shalashov A., Gospodchikov E. *Simple approach to electromagnetic scattering by small radially inhomogeneous spheres.* // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2016. – Vol. **64**. – P. 3960.
- [58] Shalashov A., Gospodchikov E. *On the determination of the electromagnetic field upon scattering by a small inhomogeneous spherical object.* // JETP. – 2016. – Vol. **123**. – P. 587.
- [59] Sidorov A. V., Razin S. V., Luchinin A. G. et al. *Gas breakdown by a focused beam of THz waves.* // EPJ Web of Conferences. – 2017. – Vol. **149**. – P. 02031.
- [60] Vodopyanov A. V., Sidorov A. V., Razin S. V. et al. *A point-like plasma, sustained by powerful radiation of terahertz gyrotrons, as a source of ultraviolet light.* // Proc. of IRMMW-THz 2017, Cancun, Mexico. – 2017. – P. 8067071.
- [61] Glyavin M. Yu., Luchinin A. G., Nusinovich G. S. et al. *A 670 GHz gyrotron with record power and efficiency.* // Appl. Phys. Lett. – 2012. – Vol. **101** – P. 153503.
- [62] Glyavin M., Denisov G. *Development of high power THz band gyrotrons and their applications in physical research.* // Proc. of IRMMW-THz 2017, Cancun, Mexico. – 2017. – P. 8067024.

- [63] Saloman E. B. *Energy Levels and Observed Spectral Lines of Ionized Argon, Ar II through Ar XVIII.* // J. Phys. Chem. Ref. Data. – 2010. – Vol. **39**. – P. 033101.
- [64] Aruev P. N., Barysheva M. M., Ber B. Ya. et al. *Silicon photodiode with selective Zr/Si coating for extreme ultraviolet spectral range.* // Quantum Electron. – 2012 – Vol. **42** (10). – P. 943-948.
- [65] Akhsakhalyan A. D., Kluev E. B., Lopatin A. Y. et al. *Current status and development prospects for multilayer X-ray optics at the Institute for Physics of Microstructures, Russian Academy of Sciences.* // Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Technique – 2017. – Vol. **11** (1). – P. 1-19.
- [66] Kennedy D. J., Manson S. T. *Photoionization of the noble gases: cross sections and angular distributions.* // Phys. Rev. A. – 1972. – Vol. **5** (1). – P. 227-247.
- [67] Sidorov A. V., Razin S. V., Golubev S. V. et al. *Measurement of plasma density in the discharge maintained in a nonuniform gas flow by a high-power terahertz-wave gyrotron.* // Phys. Plasmas. – 2016. – Vol. **23** (4). – P. 043511.
- [68] Калынов Ю. К., Бандуркин И. В., Завольский Н. А. и др. *Мощный импульсный терагерцовый гиротрон с большой орбитой для перспективного источника экстремального ультрафиолетового излучения.* // Известия вузов. Радиофизика. – 2020. – Т. **63** (5). – С. 393-402.
- [69] Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. *Дифракция и волновое распространение оптического излучения.* – М: Мир, 1989. – 662 с.
- [70] Ваганов Р. Б., Кацеленбаум Б. З. *Основы теории дифракции.* – М: Наука, 1982. – 272 с.
- [71] Vandenplas P. E. *Electron waves and resonances in bounded plasmas.* – London: Intersci. Publ., 1968. – 222 p.
- [72] Ram A. K., Hizanidis K. *Scattering of radio frequency waves by cylindrical density filaments in tokamak plasmas.* // Phys. Plasmas. – 2016. – Vol. **23**. – P. 022504.
- [73] Гильденбург В. Б., Жидко Ю. М., Кондратьев И. Г., Миллер М. А. *Некоторые вопросы дифракции электромагнитных волн на плазменных образованиях.* // Известия вузов. Радиофизика. – 1967. – Т. **10**. – С. 1358-1375.
- [74] Рыжова Л. К., Якименко П. И. *Наклонное падение плоской электромагнитной волны на сжимаемый плазменный цилиндр.* // Известия вузов. Радиофизика. – 1967. – Т. **10**. – С. 666.
- [75] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теория поля.* – М.: Наука, 1973. – 504 с.
- [76] Борн М., Вольф Э. *Основы оптики.* – М: Наука, 1973. – 713 с.
- [77] Литвак А. Г. *Динамические нелинейные электромагнитные явления в плазме.* // Вопросы теории плазмы (вып. 10). – М: Атомиздат, 1980. – С. 164-242.

- [78] Klima R., Petrzilka V. A. *On radiation pressure forces in cold magnetised plasma.* // IPP CAS Research report. – 1978. – IPPCZ-220. – P. 1687-1695.
- [79] Брагинский С. И. *Явления переноса в плазме.* // Вопросы теории плазмы (вып. 1). – М: Атомиздат, 1963. – С. 183-272.
- [80] Матвеев А. Н. *Молекулярная физика: учебное пособие для вузов.* – М: Высшая школа, 1981. – 400 с.
- [81] Ryutov D. D. *Axial electron heat loss from mirror devices revisited.* // Fusion Science and Technologies. – 2005. – Vol. **47**. – P. 148-154.
- [82] Gupta S., Yushmanov P., Barnes D. C. *Vlasov Fokker Planck study of electron dynamics in the scrape off layer with expander divertor.* // Abstracts of 59th Ann. Meeting of APS-DPP. – 2017. – Vol. **62**. – BP11.00062.
- [83] Soldatkina E., Anikeev M., Bagryansky P. et al. *Influence of the magnetic field expansion on the core plasma in an axisymmetric mirror trap.* // Phys. Plasmas. – 2017. – Vol. **24**. – P. 022505.
- [84] Bagryansky P. A., Anikeev A. V., Denisov G. G. et al. *Overview of ECR plasma heating experiment in the GDT magnetic mirror.* // Nucl. Fusion. – 2015. – Vol. **55** – P. 053009.
- [85] Shaposhnikov R. A., Golubev S. V., Izotov I. V. et al. *ECR discharge in a single solenoid field.* // EPJ Web of Conferences. – 2017. – Vol. **149**. – P. 02006.
- [86] Skalyga V. A., Golubev S. V., Izotov I. V. et al. *Proton beam formation from an ECR discharge in a single coil field.* // AIP Conference Proceedings. – 2018. – Vol. **2011**. – P. 030003.
- [87] Soldatkina E. I., Maximov V. V., Prikhodko V. V. et al. *Measurements of axial energy loss from magnetic mirror trap.* // Nucl. Fusion. – 2020. – Vol. **60**. – P. 086009.